MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Inledande matematik för Z1, (TMV120)
Tid: 2012-01-14, kl 08.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Adam Wojciechowski, tel 0703-088304

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
(Bonuspoäng från duggor hösten 2011 inkluderas.)
Lösningar läggs ut på kursens webbsida efter skrivningstidens slut.
Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Angående granskning, se kursens hemsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv120/1112/

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) Förenkla
   $$\frac{15^{16} \cdot 49^7}{35^{15} \cdot 3^{16}},$$
   så långt möjligt. (2p)

   b) Beräkna $f'(1)$ när $f(x) = e^{x^2-1}$. (2p)

   c) Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet (2p)
   $$\begin{cases} -6x_1 - 14x_2 - 18x_3 = 19 \\ 21x_1 - 10x_2 + 4x_3 = -18 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -3 \end{cases},$$
   om det finns några.

   d) Beräkna $\cos(2v)$, när $\sin(v) = 1/3$. (2p)

   e) Avgör om följande gränsvärden exiterar och bestäm dem i i så fall:

      i. $\lim_{x\to\infty} \Big(\ln(2x+1) - \ln x\Big)$. (1p)

      ii. $\lim_{x\to 0} \dfrac{(1+x)^{3/2}-1}{\ln(1+x)}$. (2p)

   f) Funktionen $f(x) = \ln\sqrt{1+x^3}$, $\quad x > -1$, är inverterbar. Bestäm en ekvation för tangetlinjen till grafen av f^{-1} i punkten $(\ln 3, f^{-1}(\ln 3))$. (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. En rät linje går genom punkten $A = (2, 1, 1)$ och är vinkelrät mot planet genom punkterna A, $B = (2, -1, 2)$ samt $C = (-1, 1, -1)$.

   a) Bestäm en ekvation för planet. (3p)

   b) Bestäm avståndet mellan planet och punkten $D = (6, -2, 4)$. (2p)

   c) Avgör om D ligger på den räta linjen. (1p)

Var god vänd!

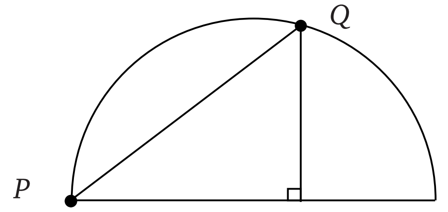
MATEMATIK
Chalmers

3. Bestäm definitions- och värdemängd till funktionen $f(x) = e^{-x^2-x}\sqrt{2x+1}$. (6p)

4. Rita grafen till funktionen $f(x) = \dfrac{3(x-1)^2}{x^2-x-2}$. (6p)

   Ange speciellt funktionens definitionsmängd och värdemängd, eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (Du behöver inte utreda konvexitet/konkavitet).

5. I en halvcirkel med fix radie R, ritar man en rätvinklig triangel med hörn i P (som är fix) och Q (som kan väljas fritt på periferin). Vilken är den den största area triangeln då kan ha?



6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)

   a) Om z är ett komplext tal sådant att $\bar{z} = 3/z$, så är $|z| < 2$.
   b) Funktionen $f(x) = x/\ln|x|$ blir kontinuerlig i $x = 0$, om man sätter $f(0) = 0$.
   c) $\arccos(\cos(4)) = 4$.
   d) Om $\lim_{x\to\infty} f'(x) = 1$, så gäller att $f(x+1) > f(x) + 1/2$, för alla tillräckligt stora värden på x.
   e) Normalen till kurvan $y = 2x^2$ i punkten $(1, 2)$ går genom punkten $(4, 0)$.
   f) Funktionen $f(x) = e^{-x^2-x}$, har ett lokalt minimum i $x = -1/2$.

7. Formulera och bevisa medelvädessatsen. Eventuell hjälpsats som används i beviset ska formuleras fullständigt. Var noga med att ge korrekta och fullständiga förutsättningar! (6p)

Lycka till!
/Jan Alve