

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

(Bonuspoäng från hösten 2013 inkluderas.)

Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 27/10.

Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Angående lösningar och granskning, se kursens hemsida

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv121/1314/

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

a) Bestäm alla lösningar till ekvationen $2 \log_4(x) - \log_4(x + 4) = \frac{1}{2}$. (2p)

b) Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right).$$

c) För vilka reella tal x gäller det att $\frac{6}{x+1} - \frac{2}{x} < 1$? (2p)

d) Bestäm konstanterna a och b så att ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + ay = b \end{cases}$$

har oändligt många lösningar.

e) Bestäm en ekvation för den tangent till kurvan $y = 1/x$ som går genom punkten $(0, 3)$. (2p)

f) Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $xy^3 + 2x^2y = 3$ i punkten $(1, 1)$. (2p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) Bestäm en ekvation för det plan som går genom de tre punkterna $(1, -1, 0)$, $(-1, 3, 2)$ samt $(2, 5, 1)$. (4p)

b) Bestäm konstanten a så att linjen med ekvationer (2p)

$$\frac{x-1}{a+1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1-a}$$

är parallell med planet i a).

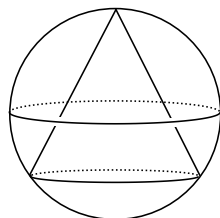
3. Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 2}$. (6p)

Ange alla eventuella lokala extrempunkter och asymptoter samt definitionsoch värdemängder.

Du behöver inte utreda var funktionen är konvex/konkav.

4. Bestäm antalet lösningar till ekvationen $e^x(x^2 - x + 1) = K$ för olika värden på konstanten K . Det kan vara bra att undersöka grafen till funktionen i vänstra ledet! (6p)

5. En rät cirkulär kon (alltså en "vanlig" kon) är inskriven i en sfär med radie R , som i figuren. Vilken är den största möjliga volymen som konen kan ha? (Volymen av en kon ges av (basens area) \times höjden/3.) (6p)



6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)

- Om θ är ett argument för det komplexa talet z så är $-\theta$ ett argument för konjugatet till z ,
- Avståndet mellan planet $2x - 2y + z = 3$ och punkten $(1, -3, 5)$ är $4/3$.
- Om f, g är deriverbara funktioner definierade för alla x , så är varje kritisk punkt till f också en kritisk punkt till sammanställningen $g \circ f$ ($(g \circ f)(x) = g(f(x))$).
- Funktionen $f(x) = e^x(x^2 - x)$ är konvex (konkav uppåt) på intervallet $(-\infty, \infty)$.
- Om $|z - 1 - i| \leq 2$ så är $|z| \leq 2$.
- Om funktionen f är deriverbar i 0 och $f(0) = 0$, så gäller att

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}.$$

7. Ange derivatan till funktionen $f(x) = \ln x$ och bevisa ditt påstående. (6p)