MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Inledande matematik för Z1, (TMV121)
Tid: 2014-01-18, kl 08.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Anna Persson, tel 0703-088304

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
(Bonuspoäng från hösten 2013 inkluderas.)
Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 20/1.
Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.
Angående lösningar och granskning, se kursens webbsida
www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv121/1314/

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**. Lösningar bedöms alltså inte.

a) Förenkla (2p)

$$\frac{(u^{1/2})^{1/5}(u^{-1/5})^2}{(u^{1/4})^2(u^{2/5})^{1/4}}$$

så långt möjligt.

b) En cirkel har ekvationen (2p)

$$x^2 + y^2 + 10y + 23 = 2x.$$

Bestäm cirkelns medelpunkt och radie.

c) Man vet att $f(4) = 9$ och att $f'(4) = -3$. Bestäm $g'(4)$ om (2p)

$$g(x) = \frac{xf(x)}{1+\sqrt{x}}.$$

d) Funktionen (2p)

$$f(x) = \frac{2-3x}{x+4}$$

är inverterbar. Bestäm en formel för $f^{-1}(x)$.

e) För vilka reella tal gäller det att (3p)

$$\left|\frac{6}{x} + 1\right| \leq x?$$

f) På vilket eller vilka intervall gäller att funktionen (3p)

$$f(x) = \sqrt{(1-x)(x+5)}$$

är strängt växande? (Glöm inte att ta hänsyn till funktionens definitionsmängd.)

MATEMATIK
Chalmers

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) Bestäm en ekvation för det plan som går genom punkten $(-2, 0, 3)$ och är vinkelrätt mot linjen som ges av (3p)

$$\frac{x-2}{2} = 7 + y = \frac{z+6}{-3}.$$

b) Bestäm skärningspunkten mellan linjen och planet i a). (3p)

3. Bestäm följande gränsvärden, om de existerar: (3p+3p)

a) $\lim_{x\to 1} \frac{1-\sin(\pi x/2)}{(\ln x)^2}$ b) $\lim_{x\to\infty} (\sqrt{1+x^2} - x \arctan x)$.

4. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = e^{-x^2} x\sqrt{4+1/x^2}$. (6p)

5. På den båge av ellipsen med ekvation $(x/2)^2 + y^2 = 1$ som ligger i första kvadranten väljs en punkt A. Vilken är den största area triangeln med hörn i punkterna A, $B = (0, 1)$ och $C = (2, 0)$ kan ha.

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)

a) Funktionen $f(x) = x \arctan(x)$ är konvex på intervallet $(-\infty, \infty)$.

b) Det går att bestämma konstanten a så att funktionen $f(x) = \cos x/(1 + a \sin x)$ har derivata 0 i $x = -\pi/6$.

c) Funktionen

$$f(x) = \frac{\ln((x-1)^2+1)}{x-1}$$

saknar lodrät asymptot.

d) Om den deriverbara funktionen $f(x)$ har en asymptot när $x \to \infty$, så måste $\lim_{x\to\infty} f'(x)$ existera.

e) Om $z^3 + 3z^2 + 3z = 7$, så måste $|z + 1| = 2$.

f) Om det för vektorerna $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ gäller att $\mathbf{u} \bullet \mathbf{v} = 0$, så måste $\mathbf{v} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = (|\mathbf{v}|^2 |\mathbf{u}|)\mathbf{u}$.

7. Antag att till funktionen $f(x)$ är kontinuerlig på intevallet $[a, b]$ och deriverbar på (a, b). Visa att om $f'(x) = 0$, för alla x i (a, b), så är $f(x)$ konstant på $[a, b]$. (6p)

/JAS