

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

(Bonuspoäng från hösten 2013 inkluderas.)

Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 28/8.

Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Angående lösningar och granskning, se kursens hemsida

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv121/1314/

Examinator: Jan Alve Svensson.

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.
Glöm inte att du i vissa uppgifter lätt kan kontrollera ditt svar!

a) Lös ekvationen $\ln(\ln x) = 1$. (2p)

b) Bestäm alla reella tal x sådana att $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} < 0$. (2p)

c) Skriv talet $\frac{(1 - \sqrt{3}i)^9(1 + i)^{12}}{(2i)^{13}}$ på formen $a + ib$. (3p)

d) I vilka punkter antar funktionen $f(x) = |\sin(\cos x)|$ sitt minsta värde? (2p)

e) Bestäm talet a så att ekvationssystemet $\begin{cases} 2x + a^2y = 6 \\ x + 2y = a + 1 \end{cases}$ saknar lösning. (2p)

f) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 - \frac{\cos x}{2}} - \sqrt{1 + \frac{\cos x}{2}}}{x^2}$. (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) Bestäm skärningspunkten mellan den räta linjen L med ekvationerna (2p)
 $x - 1 = \frac{y}{2} = \frac{1 - z}{3}$ och planet P med ekvationen $x - 2y - 2z = 5$.

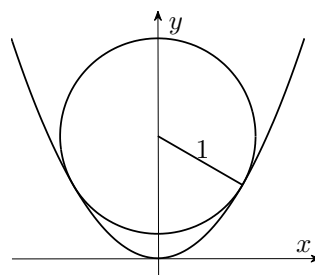
b) Bestäm en ekvation för det plan som innehåller den räta linjen L och (4p)
är vinkelrätt mot planet P .

3. Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 8x + 18}}{x}$. Ange funktionens (6p)
definitionsområde och värdemängd, samt eventuella asymptoter och lokala
extrempunkter.

Var god vänd!

4. En fyr står 3 km från närmaste punkten P på en rätlinjig kust. Fyrens lykta sveper runt 4 varv per minut. Beräkna hastigheten med vilken ljuskäglan från fyren rör sig längs kustlinjen då den passerar en punkt Q på kusten belägen 1 km från P . (6p)

5. Figuren visar en cirkel med radien 1 inskriven i parabeln $y = x^2$.



Bestäm y -koordinaten för cirkelns medelpunkt. (6p)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)
- a) Om $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ och $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{0}$, så är $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ eller $\mathbf{v} = \mathbf{0}$.
 - b) För varje tal $a > 0$ finns ett annat tal b så att $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$.
 - c) $\arcsin(\sin x) = x$ för varje reellt tal x .
 - d) Olikheten $\ln(1 + x) \leq x$ gäller för alla reella tal $x > -1$.
 - e) En kontinuerlig funktion f kan ha definitionsmängden $\mathcal{D}_f = [0, 1]$ och värdemängden $\mathcal{V}_f = (0, 1)$.
 - f) För funktionen $f(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 20x$ finns det åtminstone en punkt c i intervallet $(1, 2)$ med $f'(c) = 9$.

7. Formulera och bevisa *medelvärdessatsen*. (6p)