MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Inledande matematik för Z1/AT1/TD1,
(TMV120/121/122/125/177)
Tid: 2015-10-29, kl 14.00 - 18.00
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Edvin Wedin, tel 0703-088304

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
(Bonuspoäng från hösten 2015 inkluderas.)
Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 30/10.
Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.
Angående lösningar och granskning, se kursens hemsida
www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv122/1516/
Examinator: Jan Alve Svensson.

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar. Glöm inte att du i vissa uppgifter lätt kan kontrollera ditt svar!

   a) Lös olikheten $|2-3x|<1$. (2p)

   b) Polynomet $p(x)=x^3-4x^2-41x-36$ har nollstället -4. För vilka x gäller att $p(x)>0$? (2p)

   c) För vilket eller vilka värden på a har ekvationssystemet (2p)

   $$\begin{cases} x + 2y + az = 1 \\ 2x + ay + (3-a)z = 0 \\ x + ay + 9z = 3 \end{cases}$$

   oändligt många lösningar?

   d) Bestäm derivatan till (2p)

   $$f(x)=\frac{\sin x}{\sin x+\cos x}.$$

   Ange svaret så att den enda ingående trigonometriska funktionen är $\sin 2x$.

   e) Besräkna följande gränsvärden:

   i. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x\ln x}{3x+\ln x}$ (1p)

   ii. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\ln(3+x^2)}{x\sin x}$ (1p)

   iii. $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\Big(\ln(3x^2+1)-2\ln x\Big).$ (1p)

   f) Bestäm konstanterna a och b så att funktionen (3p)

   $$f(x)=\begin{cases} x^2-3x+2 & \text{när} \quad x<2, \\ ax^2+b & \text{när} \quad x\geq 2, \end{cases}$$

   blir deriverbar i $x=2$.

Var god vänd!

MATEMATIK
Chalmers

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) Bestäm en ekvation för planet som går genom punkten $(3, 2, 1)$ och är vinkelrätt mot linjen $(x - 1)/2 = (y - 2)/3 = (z - 3)/4$. (2p)

   b) Bestäm avståndet mellan linjen i a) och punkten $(3, 2, 1)$. (4p)

3. Motivera att funktionen $f(x) = x^2 - 3x + 2\arctan x$ har ett minsta värde och bestäm det. Har funktionen ett största värde? (6p)

4. Skissa grafen till funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{e^{-x^2}}{2x - 3}.$$

   Ange eventuella asymptoter, lokala max- och minpunkter, definitions- och värdemängd. Redogör för var funktionen växer respektive avtar. Du behöver inte redogöra för konkavitet.

5. Varje linje med negativ lutning som går genom punkten $(3, 2)$ skär x- och y-axlarna i två punkter, som tillsammans med origo bildar en rätvinklig triangel. Vilken linje ger minst area hos triangeln? Svara med en ekvation för linjen. (6p)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)

   a) Om en funktion är kontinuerlig på ett öppet intervall, så är den också deriverbar på intervallet.

   b) Om $f(x) \to \infty$, när $x \to \infty$, så måste $f'(x) \to \infty$, när $x \to \infty$, om f är deriverbar.

   c) Om $v = \arctan 5$, så är $\sin v = 5/\sqrt{26}$.

   d) Talet $1 - \sqrt{3}i$ är en lösning till ekvationen $z^6 = -64$.

   e) Om A är arean av en triangel i rummet vars hörn alla har heltal som kooridnater, så är $2A$ ett heltal

   f) För funktionen $f(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 20x$ finns det åtminstone en punkt c i intervallet $(1, 2)$ med $f'(c) = 9$.

7. Vilket värde har gränsvärdet $\lim_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x}$? Bevisa ditt påstående (utan att utnyttja att derivatan av $\sin x$ är $\cos x$). (6p)

JAS