MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Inledande matematik för Z1/AT1/TD1,
(TMV120/121/122/125/177)
Tid: 2016-01-05, kl 14.00 - 18.00
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Tim Cardilin, tel 0703-088304

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
(Bonuspoäng från hösten 2015 inkluderas.)
Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 6/1.
Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.
Angående lösningar och granskning, se kursens hemsida
www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv122/1516/
Examinator: Jan Alve Svensson.

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar. Glöm inte att du i vissa uppgifter lätt kan kontrollera ditt svar!

   a) Förenkla bråket $\dfrac{6^5 \cdot 15^2 \cdot 16^3}{10^4 \cdot 9^4 \cdot 32^2}$, så långt möjligt. (2p)

   b) Ange en (1) lösning till ekvationen $z^8 = -128(\sqrt{3} + i)$. (2p)

   c) En triangel i rummet har hörn i punkterna $(1, 1, 1)$, $(2, 3, 4)$ och $(4, 3, 2)$. Beräkna triangelns area. (2p)

   d) Funktionen $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x^2 + 2}{x^2 - 1}$ har en sned asymptot. Bestäm en ekvation för den! (2p)

   e) Lös ekvationssystemet (3p)

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcrcr} 2x_1 & + & 4x_2 & + & 4x_3 & + & 5x_4 & = & -1 \\ 2x_1 & + & 4x_2 & + & 5x_3 & + & 6x_4 & = & 8 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & 4x_4 & = & 11. \end{array}\right.$$

   f) För vilka x gäller det att $f'(x) > 0$ när $f(x) = \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x-2}$? (3p)

Var god vänd!

MATEMATIK
Chalmers

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) Linjen $1 - x = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-1}{2}$ ligger i planet P, som också är parallellt med linjen $x = 2 + t$, $y = -1 + 2t, z = 3 + t$. Bestäm en ekvation för planet P. (4p)

   b) Bestäm avståndet mellan de två linjerna i a). (2p)

3. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = e^{-x^2}(5x^2 - 12x + 6)$. (6p)

4. Skissa grafen till funktionen $f(x) = xe^{1/x}$. Ange eventuella asymptoter, lokala max- och minpunkter, definitions- och värdemängd. Redogör för var funktionen växer respektive avtar, samt var den är konvex eller konkav (konkav uppåt/nedåt). (6p)

5. I punkten $(a, f(a))$ på grafen till funktionen $f(x) = 1 - e^{-x}$, $x > 0$, dras normalen, som skär x-axeln i $(b, 0)$. De tre punkterna $(a, 0)$, $(a, f(a))$ och $(b, 0)$ bildar hörn i en triangel. Vilken är den största möjliga arean som triangeln kan ha? (6p)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)

   a) Om en funktion är kontinuerlig på ett öppet intervall, så är dess värdemängd också ett öppet intervall.

   b) För varje x (där $\tan x$ är definierat) gäller att $\arctan(\tan x) = x$.

   c) Om $f(x)$ är kontinuerlig på $[a, b]$ och $f(a) > a$, $f(b) < b$, så har ekvationen $f(x) = x$ en lösning i intervallet.

   d) För varje x (där båda sidor är definierade) gäller att $\tan^2 x = \dfrac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$.

   e) Om $f(x)$ är deriverbar i 0, så existerar $\lim_{x\to 0} f(x)$.

   f) Grafen till funktionen $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 20$ har precis en tangent som går genom origo.

7. Bestäm derivatan till $f(x) = \ln x$, utgående (enbart) från funktionens och derivatans definition. (6p)

JAS