MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Inledande matematik för Z1/AT1/TD1,
(TMV120/121/122/125/177)
Tid: 2016-08-24, kl 8.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Edvin Wedin, tel 031-772 5325.

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
(Bonuspoäng från hösten 2015 inkluderas.)
Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 25/8.
Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.
Angående lösningar och granskning, se kursens hemsida
www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv122/1516/
Examinator: Jan Alve Svensson.

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar. Glöm inte att du i vissa uppgifter lätt kan kontrollera ditt svar!

   a) Lös olikheten $|3-2x| < 1$. (2p)

   b) Polynomet $p(x) = x^3 - 9x^2 + 11x + 21$ har nollstället $x = -1$. För vilka x gäller att $p(x) < 0$? (2p)

   c) Betäm samtliga asymptoter till $y = 2x - 3 + \dfrac{1-x}{(x-3)^2}$. (2p)

   d) Beräkna $\cos(\arcsin(-5/7))$. (2p)

   e) Beräkna följande gränsvärden:

      i. $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x^5 + (\ln x)^{10}}{x + 3e^x}$, (1p)

      ii. $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\sin(x-1)}{\tan(x^2-1)}$, (1p)

      iii. $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \Big(\ln(3x^2+1) - 2\ln x\Big)$. (1p)

   f) Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan (3p)

$$\frac{y^3}{x} + x^2 y = -4$$

   i punkten $(-2,-2)$. I närheten av denna punkt är kurvan grafen till en funktion $y(x)$.

Var god vänd!

MATEMATIK
Chalmers

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. En rät linje går genom punkten $A = (2, 1, 1)$ och är vinkelrät mot planet genom punkterna A, $B = (2, -1, 2)$ samt $C = (-1, 1, -1)$.

   a) Bestäm en ekvation för planet. (3p)

   b) Bestäm avståndet mellan planet och punkten $D = (6, -2, 4)$. (2p)

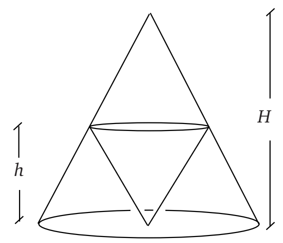
   c) Avgör om D ligger på den räta linjen. (1p)

3. a) Visa att $f(x) = x^7 + 3x^3 + 1$ är inverterbar. (3p)

   b) Beräkna $(f^{-1})'(5)$. (3p)

4. Rita grafen till funktionen $f(x) = \dfrac{3(x-1)^2}{x^2 - x - 2}$. Ange speciellt funktionens definitionsmängd och värdemängd, eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (Du behöver inte utreda konvexitet/konkavitet). (6p)

5. En rät cirkulär kon (alltså en 'vanlig kon') med höjden h är inskriven i en större cirkulär kon med höjden H så att spetsen på de lilla konen vilar mot centrum av basen på den stora. Visa att den lilla konens volym blir maximal då $h = \frac{H}{3}$. (Volymen av en kon ges av (basens area)$\times$ höjden / 3.) (6p)



6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)

   a) Om z är ett komplext tal sådant att $\bar{z} = 3/z$, så är $|z| < 2$.

   b) Det finns ingen funktion som är deriverbar i $x = 2$, utan att vara kontinuerlig där.

   c) $\arccos(\cos(4)) = 4$.

   d) Om $f(x)$ är kontinuerlig på det slutna intervallet $[a, b]$, så måste f ha ett lokalt extremvärde i $x = a$.

   e) Om $f(x)$ är deriverbar i 0, så existerar $\lim_{x\to 0} f(x)$.

   f) Grafen till funktionen $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 20$ har precis en tangent som går genom origo.

7. Formulera och bevisa medelvädessatsen. Eventuell hjälpsats som används i beviset ska formuleras fullständigt. Var noga med att ge korrekta och fullständiga förutsättningar! (6p)

JAS