

Extra uppgifter om invertering av funktioner (om det går!)

1. Beräkna $(f^{-1})'(x)$ om $f(x) = 1 + 2x^3$.

2. Visa att funktionen

$$f(x) = \frac{4x^3}{x^2 + 1}$$

har en invers och beräkna $(f^{-1})'(2)$.

3. Beräkna $(f^{-1})'(-2)$ om $f(x) = x\sqrt{3 + x^2}$.

4. Visa att funktionen

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

är inverterbar och beräkna $f^{-1}(x)$. Ange definitions- och värdemängder för f och f^{-1} .

5. Man vet att funktionen f är inverterbar. Beräkna inversen av s i termer av f^{-1} när

$$s(x) = \frac{1 + f(x)}{1 - f(x)}.$$

Svar

1. $f^{-1}(x) = \frac{2}{3} \cdot (4x - 4)^{-2/3}$

2. $(f^{-1})'(2) = 1/4$. Man kan visa att f är inverterbar genom att kolla att $f'(x) > 0$, för alla x , vilket visar att f är strängt växande och därmed inverterbar.

3. $(f^{-1})'(-2) = 2/5$

4. $(f^{-1})(x) = x/\sqrt{1 - x^2}$, $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$, $\mathcal{V}_f = (-1, 1)$, $\mathcal{D}_{f^{-1}} = (-1, 1)$, $\mathcal{V}_{f^{-1}} = \mathbb{R}$.

5. $s^{-1}(x) = f^{-1}\left(\frac{x - 1}{x + 1}\right)$

JAS