Tentamen i Inledande matematik för I1, MVE 012 MATEMATIK

2014 – 10 – 30 kl 14.00 – 18.00 Chalmers

Hjälpmedel: inga

Telefonvakt: Anna Persson

Tel 0703 – 088 304

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. Bonuspoäng från duggor hösten 2014 räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

---

1. Till denna uppgift skall endast svar lämnas, alltså inga motiveringar.

   a. Bestäm alla reella x sådana att $|3x+2| < 3$ **(2p)**

   b. Bestäm alla värden på konstanten *a* så att ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + a^2 y = a \end{cases}$ saknar lösning. **(2p)**

   c. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = e^{\sin x \cos x}$ **(2p)**

   d. Beräkna följande gränsvärden:
   $\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2}-1}{x^2}$ $\lim_{x\to 0} \frac{arcsinx}{\sin x}$ $\lim_{x\to -\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}+x\right)$ **(3p)**

   e. Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y\cos x = 1 + \sin(xy)$ i punkten $(x,y) = (0,1)$ **(2p)**

   f. Uttryck inversen till funktionen $f(x) = \sin x$, $\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$ med hjälp av $\arcsin x$ **(3p)**

Till uppgifterna 2 – 5 skall fullständiga lösningar redovisas. 6 poäng per uppgift.

2.

a. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna $(1,1,1)$, $(2,4,1)$ samt $(0,2,2)$

b. Bestäm konstanten *a* så att linjen genom punkterna $(-1,0,2)$ och $(1,a,1)$ inte skär planet från uppgift a)

3. Rita kurvan $y = x + \ln(x^2 - 3)$.
Bestäm eventuella lokala extremvärden samt asymptoter.

4. Bestäm, om sådana finns, största och minsta värde till funktionen $f(x) = \frac{1}{x} + \ln\sqrt{x} + \arctan x$

5. Låt $P = (s,t)$ vara en punkt på kurvan $y = \frac{x}{x+1}$, $x \geq 0$. Normalen till kurvan från P skär *x*-axeln i Q. För vilket val av P blir arean av triangeln med hörn i P, Q och R, där $R = (s,0)$ så stor som möjligt?

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange ”sant” eller ”falskt” ger ingen poäng.

a. Det existerar ett reellt tal *c* sådant att ekvationen $x^4 + 4x + c = 0$ har fyra reella rötter.

b. Om $f(x) \to \infty$ då $x \to \infty$ och $g(x) \to \infty$ då $x \to \infty$ måste $f(x) - g(x) \to 0$ då $x \to \infty$

c. Antag att ϵ är ett tal sådant att $0 < \epsilon < 1$. Då gäller att $|x-2| < \frac{\epsilon}{19} \Rightarrow |x^3 - 8| < \epsilon$

7.

a. Visa att om en deriverbar funktion $f(x)$ har ett lokalt minimum i punkten $x = a$ är $f'(a) = 0$ **(2p)**

b. Formulera medelvärdessatsen. **(1p)**

c. Låt f vara en udda och överallt deriverbar funktion. Visa att det för varje *b* finns ett *c* med $-b \leq c \leq b$ sådant att $bf'(c) = f(b)$ **(3p)**