

Hjälpmedel: inga

Telefonvakt: Tim Cardilin

Tel 0703 – 088 304

---

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. Bonuspoäng från duggor hösten 2015 räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

---

1. Till denna uppgift skall endast svar lämnas, alltså inga motiveringar.

- a. Beräkna  $(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})^{21}$ . **(3p)**
- b. Bestäm den inversa funktionen till  $y = \frac{1-2x}{1+x}$ . **(2p)**
- c. Beräkna  $\sin(\frac{7\pi}{12})$ . **(2p)**
- d. Lös ekvationen  $\log_2(x) - \log_2(x+3) = 1$ . **(3p)**
- e. Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}$ . **(2p)**
- f. Ge ett exempel på en icke-linjär funktion som är konvex på intervallet  $(-\infty, 0)$  och konkav på intervallet  $(0, \infty)$ . **(2p)**

**Till uppgifterna 2 – 5 skall fullständiga lösningar redovisas. 6 poäng per uppgift.**

2.

- a. Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkterna  $A = (1,2,3)$ ,  
 $B = (-2,3,0)$  och  $C = (5,0,-1)$ . **(3p)**

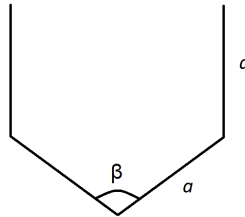
- b. En infallande ljusstråle som beskrivs av linjen  $l: (2, -1, 1) + t(1, 1, -1)$ , för  $t \in \mathbb{R}$ , reflekteras mot planet i a-uppgiften. Vid reflektionen byter den komponent för strålens riktningsvektor som är vinkelrät mot planet riktning och den andra komponenten lämnas oförändrad. Bestäm den reflekterade strålens ekvation!

(Tips: Använd vektorprojektion.)

(3p)

3. Av fyra lika dana bräddor med kortsida  $a$  cm vill man tillverka en ränna med lodräta sidor och tvärsnitt enligt figuren nedan. Vilken vinkel  $\alpha$  ska bottenbräddorna bilda för att tvärsnittets area ska bli maximal?

(6p)



4. Skissa grafen till funktionen  $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$  för  $x > 0$ . Du behöver inte utreda konvexitet, konkavitet och inflektionspunkter.

(6p)

5. Funktionen  $f(x) = \arctan\left(\frac{1}{x}\right) + \arctan(x)$  antar endast två olika värden. Visa detta och bestäm vilka dessa värden är!

(Tips: Studera först fallet då  $x > 0$  och använd sedan att  $\arctan$  är udda.)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange "sant" eller "falskt" ger ingen poäng.

a. Den enda funktion  $f$  sådan att  $f(x) = f^{-1}(x)$  är  $f(x) = x$ . (2p)

b.  $(x - 1)$  är en faktor till  $p(x) = x^7 - 14x^6 + 13x^5 + 7x^3 - 7x^2 - 4x + 4$ . (2p)

c. Funktionen  $f(x) = \sqrt{|x|}$  är inte deriverbar i  $x = 0$ . (2p)

7. Formulera och bevisa faktorsatsen. (6p)

Lycka till!

/Peter