

Hjälpmedel: inga

Telefonvakt: Edvin Wedin

Tel: 5325

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. Bonuspoäng från duggor hösten 2015 räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Till denna uppgift lämnas enbart svar, alltså inga motiveringar.

a. För vilka värden på konstanterna a och b saknar ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + ay = b \end{cases}$$

lösningar? **(2p)**

b. Bestäm alla tal x , $0 \leq x \leq \pi$, sådana att $\sin 2x = \tan x$. **(3p)**

c. För vilka reella tal x gäller att $\left| \frac{6}{x} + 1 \right| \leq x$. **(2p)**

d. Bestäm inversen till $f(x) = \frac{2-3x}{x+4}$. **(3p)**

e. Beräkna, om de existerar, följande gränsvärden:

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{1+x^2} - x \cdot \arctan x)$ **(2p)**

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2+1)}{x}$.

f. För vilka x gäller att funktionen $f(x) = \sqrt{(1-x)(x+5)}$ är strängt växande? **(3p)**

Till uppgifterna 2-5 krävs fullständiga lösningar

2.

- a. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkten $(-2,0,3)$ och som är vinkelrätt mot linjen med ekvationen:

$$\begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = t - 7 \\ z = -3t - 6 \end{cases} \quad (3\text{p})$$

- b. Bestäm skärningspunkten mellan linjen och planet från a. (3p)

3. Rita kurvan $y = \arctan(2x) - x$. Ange eventuella extrempunkter och asymptoter.

Konvexitet behöver inte utredas. (6p)

4. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = e^{-x^2} \cdot x \cdot \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}$. (6p)

5. Betrakta ellipsen med ekvation $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 = 1$. På den del av bågen som ligger i första kvadranten väljs en punkt A. Vilken är den största area som en triangel med hörn i punkterna A, B = (0,1) samt C = (2,0) kan ha? (6p)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange "sant" eller "falskt" ger ingen poäng.

- $h(x) = f(x) \cdot g(x) \Rightarrow h''(x) = f''(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g''(x)$.
- Om z är ett komplext tal och $z^3 + 3z^2 + 3z = 7$ så måste $|z + 1| = 2$.
- Om $f(x) > 1$ för alla x och $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ existerar, då måste $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) > 1$.

7.

a. Definiera derivatan av en funktion f i en punkt $x = a$. (2p)

b. Låt f vara en deriverbar funktion. Uttryck $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$ med hjälp av $f'(a)$. (4p)

Lycka till!

/Peter