MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers

Tentamen i MVE012 Inledande matematik I1.
Tid: 2017-08-23, kl 8.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: tel 772 5325

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

(Bonuspoäng från hösten 2016 inkluderas.)

Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 24/8.

Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve012/1617/

Examinator: Jan Alve Svensson.

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) Polynomet $p(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ har nollstället $x = 1$. Lös olikheten $p(x) > 0$. (2p)

   b) Bestäm största värdet till funktionen $f(x) = (x + 4)/(x^2 + 9)$. (2p)

   c) Funktionen $f(x)$ ges av $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}\,\ln(x^2 + 1)$. Bestäm $f'(1)$. (2p)

   d) Beräkna $\sin v$ när $v = \arctan 8$. (2p)

   e) Beräkna (1p+2p)

      i. $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2 + x} - x)$,

      ii. $\lim_{x\to 0}\,(e^{2x^2} - 1)/(x \sin x)$.

   f) Kurvan med ekvation $y^3x + yx^4 = 2$ går genom punkten $(1, 1)$. Bestäm en ekvation för kurvans tangent i denna punkt. (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) Ett plan innehåller linjen med ekvationer $(x - 1)/2 = (y + 2)/3 = (3 - z)/4$ och går genom punkten $(5, 1, 1)$. Bestäm en ekvation för planet. (4p)

   b) Bestäm (kortaste) avståndet mellan punkten $(5, 1, 1)$ och linjen i a). (2p)

3. Skissa grafen till funktionen (6p)

$$f(x) = \ln\left(\frac{1 + x^2}{|x + 1|}\right) - \arctan x.$$

   Ange eventuella asymptoter, lokala max- och minpunkter, definitions- och värdemängd samt var funktionen växer respektive avtar.

Var god vänd!

---

4. Bestäm, om möjligt, talen a och b, så att funktionen (6p)

$$f(x) = \begin{cases} \cos\sqrt{x} & \text{när} \quad x \geq 0 \\ b(e^{a\sqrt{-x}} + e^{-a\sqrt{-x}}) & \text{när} \quad x < 0 \end{cases}$$

blir deriverbar i $x = 0$. (Använd derivatans definition!)

5. Lisbeth S jagas i skogen av Sektionens agenter. Hon kommer till en cirkelrund kratersjö på en slätt och vill ta sig till en punkt tvärs över sjön. Vid stranden ligger en en kanot. Lisbeth räknar med att hon springer dubbelt så fort som hon kan paddla. Hon kan välja att springa hela vägen runt sjön, paddla hela vägen tvärs över sjön, eller välja att paddla en bit till en annan punkt på stranden och sedan springa resten av vägen till målet. (6p)

   Lisbeth gör snabbt kalkylen och hittar snabbaste sättet. Vilket är det? Vilket sätt skulle tagit längst tid?

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange " sant" eller "falskt" ger ingen poäng. (6p)

   a) Om $\bar{u}$ och $\bar{v}$ är vektorer i $\mathbf{R}^3$, så är vektorn

   $$\bar{v} - \frac{\bar{v} \cdot \bar{u}}{|\bar{u}|^2}\,\bar{u}$$

   vinkelrät mot $\bar{u}$.

   b) Om $f(x)$ är en udda deriverbar funktion definierad för alla reella tal, så är $f'(x)$ en jämn funktion.

   c) Om $f(x)$ är deriverbar på intervallet $(-1, 1)$, så gäller

   $$f'(0) = \lim_{x\to 0} f'(x).$$

7. a) Ange den precisa definitionen av att en funktion är strängt avtagande (decreasing) på ett intervall I. (1p)

   b) Visa att om $f'(x) < 0$ på ett intervall i definitionsmängden till funktionen $f(x)$, så är $f(x)$ strängt avtagande (decreasing) på intervallet. (5p)

JAS