MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers

Tentamen i MVE012 Inledande matematik I1.
Tid: 2017-12-20, kl 14.00 - 18.00
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Robert Forslund, tel 772 5325

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
(Bonuspoäng från hösten 2017 inkluderas.)
Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 21/12.
Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.
www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve012/1718/
Examinator: Jan Alve Svensson.

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) För vilka x gäller det att $|x^2 - 4x + 3| < 3$? (2p)

   b) Ange alla asymptoter till $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 + 2x - 3}$. (2p)

   c) Man vet att $f(1) = 1$, $f'(1) = -5$. Bestäm $g'(1)$, när $g(x) = \dfrac{x}{f(x)^2 + 1}$. (2p)

   d) Bestäm största och minsta värdet av $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ på intervallet $[0, 2]$. (2p)

   e) Bestäm det exakta värdet av $\sin(\arcsin(-\sqrt{6}/3) + \arcsin(1/3))$. Svaret ska förenklas! (3p)

   f) Bestäm talet a och så att $f(x) = \dfrac{ax - \arctan 2x}{\sin 2x - 2x}$ har ett gränsvärdet när $x \to 0$. Bestäm också gränsvärdet! (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) Bestäm en ekvation för planet som går innehåller linjen (4p)

$$\frac{3-x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{2}$$

   och är parallellt med linjen

$$\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = 3 + 3t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$$

   b) Bestäm (kortaste) avståndet mellan de två linjerna i a). (2p)

Var god vänd!

MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers

---

3. Vilken punkt på kurvan $y = x^2$ ligger närmast punkten $(1, 1/2)$? (6p)

4. Skissa grafen till $f(x) = x + 2 + \dfrac{x}{x^2 - 3}$. Utred definitionsmängd, asymptoter, var funktionen växer resp. avtar, vilka lokala max och min-punkter som finns, samt värdemängd. (6p)

5. För vilka värden på a har ekvationen (6p)

$$2\ln\left(\frac{x^2+1}{|x|}\right) + \frac{5x}{x^2+1} = a$$

sex lösningar? ($2 < e$.)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange ” sant” eller ”falskt” ger ingen poäng. (6p)

   a) Om $f(x)$ och $g(x)$ är kontinuerliga på $[a, b]$ och har samma derivata när $a < x < b$, så är $f(b) = g(b)$ om $f(a) = g(a)$.
   b) Om $f(x)$ är kontinuerlig på ett intervall, så har den ett största värde på intervallet.
   c) Om $f'(x) \to 0$, när $x \to \infty$, så har $f(x)$ en asymptot i ∞ (dvs en sned eller horisontell asymptot när $x \to \infty$).

7. a) Ange definitionen av att funktionen $f(x)$ har gränsvärdet L, när $x \to a$. Utgå från att $f(x)$ är definierad i en omgivning till a. (1p)
   b) Visa att om $f(x) \to L$ och $g(x) \to M$, när $x \to a$, så gäller att $f(x) + g(x) \to L + M$, när $x \to a$. (5p)

JAS