

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från hösten 2018 inkluderas. Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 9/1.

Resultat meddelas via Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfället.

Kursens webbsida:

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve012/1819/

Examinator: Jan Alve Svensson.

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

a) För vilka x gäller att $|2x - 1| = |x|$? (2p)

b) För vilket eller vilka värden på a har ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} x + ay + 2z = 2 \\ x + 2y + z = 2 - a \\ 2x + 2ay + 5z = 6 \end{cases}$$

oändligt många lösningar?

c) Bestäm minsta värdet av (2p)

$$f(x) = \ln(2 + x) + \frac{1}{x}$$

på intervallet $(0, \infty)$.

d) Funktionen $f(x) = x/(2 + \sqrt{x})$ är inverterbar. Bestäm $(f^{-1})'(1)$. (2p)

e) Grafen till $f(x) = x^3 - x$ har en tangent som går genom punkten $(0, 16)$. (3p)
Bestäm en ekvation för tangenten.

f) i. Beräkna $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\ln(4x + 2) - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) \right)$. (1p)

ii. Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x \ln(1 + x)}$. (2p)

2. a) Ett plan går genom punkterna $A = (0, 1, 1)$, $B = (1, 0, 2)$ och $C = (1, 1, 0)$. Bestäm en ekvation för det plan som är vinkelrätt mot detta plan och går genom punkterna B och C . (4p)

b) Bestäm avståndet från $(0, 1, 1)$ till det plan som söks i a). (2p)

3. Skissa grafen till funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{1}{x+2} + \arctan x.$$

Utred definitionsmängd, asymptoter, var funktionen växer respektive avtar, vilka lokala max- och minpunkter som finns, samt värdemängd.

4. Bestäm för varje a antalet lösningar till ekvationen (6p)

$$a = \ln \left(\frac{(x+2)^4}{(1+x^2)^{3/2}} \right) + \arctan x.$$

5. När båten QQ7 framförs med farten v m/s är bränsleförbrukningen $50v^{3/2}$ liter per minut. En liter bränsle kostar 2 me (monetära enheter). Kostnaden för besättningen är 400 me per minut. Vid vilken fart är kostnaden per körd meter minst? (6p)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange "sant" eller "falskt" ger ingen poäng. (6p)

- a) Funktionen $f(x) = (x^3 + 2x^2 + 2)/(1 + x^2)$ har den sneda asymptoten $y = x + 1$.
- b) Om en funktion är kontinuerlig på intervallet $[a, b]$ så har den ett lokalt extremvärde i a .
- c) Om f är kontinuerlig på $[-1, 1]$ och $f(x)/x^4$ har ett gränsvärde $L > 0$, när $x \rightarrow 0$, så har f ett lokalt minimum i 0.

7. Formulera Rolles sats och medelvärdessatsen. Bevisa medelvärdessatsen. (6p)