MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers

Tentamen i MVE012 Inledande matematik, I1.
Tid: 2019-08-28, kl 8.30 - 12.30.
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Valentina Fermanelli, tel 772 6457

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
Bonuspoäng från hösten 2018 inkluderas. Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 29/8
Resultat meddelas via Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfället.
Kursens webbsida:
www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve012/1819/
Examinator: Jan Alve Svensson.

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

a) För vilka x gäller att $|\,x-2\,| < |\,x\,|$? (2p)

b) För vilket eller vilka värden på a har ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} x + 2ay + 2z = 3 \\ x + ay + z = 3-a \\ x + 2ay + az = a+3 \end{cases}$$

precis en lösning?

c) Lös ekvationen $2\log_2 x - \log_2(x-3) - \log_2(x-2) = 3$. (2p)

d) Bestäm $f'(x)$ när $x > 0$ och (2p)

$$f(x) = \arctan(\sqrt{x^2-1}) + \arcsin\left(\frac{1}{x}\right).$$

Svaret ska vara förenklat!

e) i. Beräkna $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-7x+12}{x^2-x-6}$. (1p)

ii. Beräkna $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 2x - 1}{x \arctan 3x}$. (2p)

f) Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$. (3p)

2. a) Bestäm avståndet mellan punkten (6, 0, 3) och linjen med ekvationer (4p)

$$\frac{x+4}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z+1}{2}.$$

Svaret ska vara förenklat!

b) Bestäm en ekvation för planet som är vinkelrätt mot linjen i a) och går genom punkten (6, 0, 3). (2p)

---

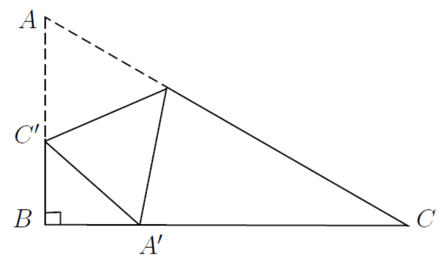
3. Skissa grafen till funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 + x - 2}.$$

Utred definitionsmängd, asymptoter, var funktionen växer respektive avtar, vilka lokala max- och minpunkter som finns, samt värdemängd.

4. Cirkeln $(x-2)^2 + y^2 = 4$ har tangenter som går genom punkten $(-2, 0)$. Bestäm ekvationer för dem. (6p)

5. Den rätvinkliga triangeln ΔABC, där $c = |AB| < a = |BC|$, viks så att A hamnar på A' på sträckan BC. Låt C' vara punkten i vecket på sidan AB. Vilken är den största area som triangeln $\Delta C'BA'$ kan ha? Svaret kan innehålla a och/eller c. (6p)



6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange “sant” eller “falskt” ger ingen poäng. (6p)

   a) Triangeln med hörn i punkterna $(1, 0, 1)$, $(2, 3, 3)$ och $(-4, 5, -4)$ har area $5\sqrt{34}/2$.

   b) Funktionen

   $$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1+x) - x}{x^2} & \text{när} \quad x \neq 0 \\ -\dfrac{1}{2} & \text{när} \quad x = 0 \end{cases}$$

   är kontinuerlig i 0.

   c) Om f är kontinuerlig på $[-1, 1]$ och $f(x)/x^4$ har ett gränsvärde $L > 0$, när $x \to 0$, så är $f(0) > 0$.

7. Formulera och bevisa produktregeln vid derivering. (6p)