MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers

Tentamen i MVE016 Matematisk analys i en variabel för I1
Tid: 2017-xx-yy, kl K - (K+4)
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknaren (men formelblad medföljer).
Telefonvakt: NN, tel 0703-abcdef

---

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
(Bonuspoäng från hösten 201? inkluderas.)
Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast A/B.
Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.
Angående lösningar och granskning, se kursens hemsida
www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve016/1617/
Examinator: Jan Alve Svensson.

---

1. a) Lös differentialekvationen $(1+x^2)^2y' = -x\sqrt{1+x^2}(1+y^2)$, $y(0) = 1$. 4p
   b) Lös differentialekvationen $xy' + (1+x^2)y = xe^{x^2/2}$, $x > 0$. 4p

2. Beräkna
   a) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}\,dx$ b) $\displaystyle\int_2^\infty \frac{1}{x(x-1)^2}\,dt$ om den konvergerar.
   Motivera i (b) annars att den divergerar. 3p+3p

3. Undersök om uttrycket
$$\frac{(e^{2x}-1)\ln(1+x^3)}{(1-\cos 3x)^2}$$
   har ett gränsvärde när $x \to 0$. Bestäm det i så fall. 4p

4. Avgör om serien
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n(2n-1)9^n}$$
   konvergerar. Bestäm i så fall dess värde. 6p

5. När området som begränsas av $y = x^2 + x$, $x = 1$ och $x$-axeln roterar runt $y$-axeln avgränsas en kropp. Beräkna volymen av den. 6p

6. En ny vara lanseras och säljs för $p$ kronor per styck. Priset förskjuts sedan mot ett jämviktspris $p*$ där efterfråga och utbud balanserar. Den takt med vilken priset ändras är proportionell mot skillnaden mellan marknadspriset för tillfället och jämviktspriset.

   Bestäm en differentialekvation för prisets utveckling i takt med tiden och lös ekvationen. Skissa lösningar för olika startpris $p$ och illustrera vad som händer när $t \to \infty$. 6p

**Var god vänd!**

---

7. Kurvan $x = f(y)$, där $f(y) > 0$ och $y > 0$ roterar runt $y$-axeln. Man får en behållare med hål i botten. Enligt Torricellis ekvation är hastigheten med vilken volymen på en vätska i behållaren avtar proportionell mot kvadratroten av summan av vätskans höjd i behållaren och en konstant.

   Om behållaren är så beskaffad att vätskans höjd avtar i konstant takt, hur ser då behållaren ut (bestäm $f(y)$). 6p

8. Visa att en absolutkonvergent serie är konvergent. 6p

JAS