Tentamen i Matematisk Analys i en variabel för I1, MVE 016 MATEMATIK

2013 – 08 – 30 kl 8.30 – 12.30 Chalmers

Hjälpmedel: inga (men ett formelblad medföljer)

Telefonvakt: John Bondestam Malmberg

Tel 0703 – 088 304

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. Bonuspoäng från duggor hösten 2012 räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

Till uppgifterna 1 – 3 krävs bara mycket kortfattade motiveringar.

1. Beräkna följande integraler:

   a. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$ **(2p)**

   b. $\int \quad x^2 \arctan x \, dx$ **(3p)**

   c. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dt}{\cos t}$ **(4p)**

2.

   a. Avgör om serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(3n)!}$ är konvergent. **(3p)**

   b. För vilka *x* konvergerar serien $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (4x)^n$? **(3p)**

3. Bestäm den lösning till differentialekvationen
   $y'' + 3y' + 2y = 6e^x$
   som uppfyller begynnelsevillkoren $y'(0) = y(0) = 0$ **(5p)**

Till uppgifterna 4 – 8 måste lösningarna vara tydligt motiverade.

4. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x\to 0} \frac{\ln\left(\frac{1+2x}{(1+x)^2}\right)}{1-\cos(2x)}$ **(5p)**

5. Visa att $\int_0^1 e^{-x^2} dx \leq \frac{e+1}{2e}$ **(6p)**

6. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen $yy' = \frac{\ln x}{x}$ om $y(1) = 2$ **(6p)**

7. Låt $f(x)$ vara en kontinuerlig funktion sådan att $f(x) > 0$ för alla $x \geq 0$.
   Antag att det för varje $b > 0$ gäller att då kurvan $y = f(x)$
   roterar kring *x*-axeln mellan $x = 0$ och $x = b$ bildas en kropp
   med volymen b^2.
   Bestäm $f(x)$. **(5p)**

8.
   a. Formulera och bevisa analysens huvudsats. **(4p)**

   b. Visa att om *f* är kontinuerlig är
   $\int_0^x f(v)(x-v)dv = \int_0^x \left(\int_0^v f(t)dt\right)dv$ **(4p)**