Tentamen i Matematisk Analys i en variabel för I1, MVE 016 MATEMATIK

2014 – 04 – 25 kl 8.30 – 12.30 Chalmers

Examinator: Johan Berglind

Hjälpmedel: inga (men ett formelblad medföljer)

Telefonvakt: John Bondestam-Malmberg

Tel 0703 – 088 304

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

Till uppgifterna 1 – 3 krävs bara mycket kortfattade motiveringar (men enbart svar räcker inte!)

1. Beräkna följande integraler:

   a. $\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$ **(3p)**

   b. $\int_0^1 \frac{dt}{e^t+e^{-t}}$ **(3p)**

   c. $\int \ln(x^2+1)\, dx$ **(4p)**

2.

   a. Är serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{(n^2)}}{n!}$ konvergent? **(3p)**

   b. För vilka *x* konvergerar serien $\sum_{n=1}^{\infty} n^n x^n$? **(2p)**

3. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen $y'' + 9y = 9\sin 2x$ **(5p)**

Till uppgifterna 4 – 8 skall lösningarna vara tydligt motiverade

4. Avgör om den generaliserade integralen $\int_1^\infty \frac{2+e^{-x}}{x}\, dx$ är konvergent eller inte. **(5p)**

5. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen
$y' = (1-y)(1+y), \;\; y(0) = 0$ **(7p)**

6. Använd Taylorutvecklingar för att bestämma ett närmevärde till integralen
$\int_0^1 \sin x^2 \;\, dx.$
Gör även en feluppskattning. Ta med så många termer i utvecklingen att felet blir < 0.001 **(7p)**

7. Beräkna integralen $\int_\pi^{3\pi} \lfloor x \rfloor \, dx$

   $\lfloor x \rfloor$ betyder som vanligt heltalsdelen av *x*, alltså det största heltalet minde än eller lika med *x*. **(5p)**

8.
   a. Formulera kvotkriteriet för positiva serier. **(2p)**

   b. Låt *p* vara ett polynom ($\neq 0$) och $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ en positiv serie.
   Visa att kvotkriteriet leder till samma slutsats när det appliceras på serien $\sum_{n=1}^{\infty} p(n)a_n$ som när det appliceras på $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ **(4p)**