

Hjälpmedel: inga (men ett formelblad medföljer)

Telefonvakt: Gustav Kettil Examinator: Johan Berglind

Tel 0703 – 088 304

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från duggor hösten 14 räknas med.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

Till uppgifterna 1 – 4 krävs bara mycket kortfattade motiveringar.

1. Beräkna följande integraler: **(9p)**

a. $\int x^3 \ln(2x) dx$

b. $\int \sin^3 x dx$

c. $\int_0^{\infty} \frac{x}{x^4+1} dx$

2.

a. Avgör om serien $\sum_0^{\infty} \frac{n}{2^n}$ är konvergent. **(2p)**

b. För vilka x konvergerar serien $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \tan \frac{1}{n}$? **(3p)**

3. Lös differentialekvationen $y' - 3y = e^x$, $y(0) = 1$ **(3p)**

4. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen $y'' + 3y' + 2y = \cos x$ **(4p)**

Till uppgifterna 5 – 9 måste lösningarna vara tydligt motiverade.

5. Bestäm den lösning till differentialekvationen $x^2(y' + y^2) = y^2$ som uppfyller villkoret $y(2) = -2$ (6p)
6. För vilka värden på konstanten a konvergerar integralen $\int_e^\infty \frac{dx}{x(\ln x)^a}$? (6p)
7. Beräkna med hjälp av Taylorutvecklingar för alla värden på konstanterna a och b gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(ax)}{1 + x - e^{bx}}$ (6p)
8. Beräkna den rotationsvolym som uppstår då kurvan $y = x^2 - x + 2$, $0 \leq x \leq 1$, roterar kring linjen $y = 2$ (5p)
- 9.
- a. Formulera kvotkriteriet för positiva serier (2p)
- b. Låt a_n vara en avtagande följd av positiva tal. Visa att $\sum_{n=1}^\infty a_n$ är konvergent om och endast om $\sum_{n=0}^\infty 2^n a_{2^n}$ är konvergent. (4p)