

Hjälpmedel: inga (men ett formelblad medföljer)

Telefonvakt: Raad Salman      Examinator: Johan Berglind

Tel 0703 – 088 304

---

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från duggor hösten 15 räknas med.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

---

**Till uppgifterna 1 – 3 krävs bara mycket kortfattade motiveringar. (Men enbart svar räcker inte.)**

1. Beräkna följande integraler:

a.  $\int_0^1 \frac{dx}{2x+3}$  **(3p)**

b.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$  **(3p)**

c.  $\int_0^1 xe^{-2x} dx$  **(3p)**

2.

a. Är serien  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{3n+2n^3}$  konvergent? **(2p)**

b. För vilka  $x$  konvergerar serien  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n \sqrt{n}}$ ? **(3p)**

3. Beräkna med hjälp av Maclaurinutvecklingar gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-3x} - 6x}{x^3} \quad \text{(4p)}$$

**Till uppgifterna 4 – 8 skall lösningarna vara tydligt motiverade**

4. Lös differentialekvationerna

a.  $xy' + 3y = x^2$  (3p)

b.  $y' + e^x = e^{x-y}$  (5p)

5. Beräkna den generaliserade integralen  $\int_0^\infty \frac{4-x}{(x+1)(x^2+4)} dx$  (5p)

6. Beräkna volymen av följande område: basen utgörs av cirkelskivan  $x^2 + y^2 \leq 1$ , snitt i rät vinkel mot  $x$ -axeln bildar liksidiga trianglar. (5p)

7.

a. Lös differentialekvationen  $y'' + 2y' + 2y = 4 \cos 2t - 2 \sin 2t$  om  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 1$  (4p)

b. Om  $y(t)$  är lösningen från uppgift a), låt  $M(x) = \max\{|y(t)|, t \geq x\}$ , alltså det största värdet av  $|y(t)|$  då  $t \geq x$   
Beräkna  $\lim_{x \rightarrow \infty} M(x)$  (4p)

8.

a. Skriv upp formeln för en geometrisk summa. (1p)

b. Skriv upp och bevisa formeln för en geometrisk serie. (2p)

c. Beräkna  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{3^n}$  (3p)