Tentamen i Matematisk Analys i en variabel för I1, MVE 016 MATEMATIK

2016 – 04 – 04 kl 8.30 – 12.30 Chalmers

Hjälpmedel: inga (men ett formelblad medföljer)

Telefonvakt: Mattias Lennartsson Examinator: Johan Berglind

Ank 5325

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från duggor hösten 15 räknas med.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

Till uppgifterna 1 – 3 krävs bara mycket kortfattade motiveringar. (Men enbart svar räcker inte.)

1. Beräkna följande integraler:

   a. $\int_0^1 x\sqrt{x+1}dx$ **(3p)**

   b. $\int_0^{\pi} \sin^3 x\, dx$ **(3p)**

   c. $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$ **(3p)**

2.
   a. Avgör om serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$ är konvergent. **(3p)**

   b. För vilka *x* konvergerar serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(x+4)^n}{\sqrt{n}}$? **(3p)**

3. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen $y'' + 3y' + 2y = e^{-x}$ **(4p)**

4. Bestäm den lösning till $y' - 3y = 1$ som uppfyller villkoret $y(0) = 1$ **(3p)**

Till uppgifterna 4 – 8 skall lösningarna vara tydligt motiverade

5. Avgör om den generaliserade integralen $\int_2^\infty \frac{dx}{x+\ln x^2}$ är konvergent. **(5p)**

6. Låt n vara ett positivt heltal. Visa att $1 \leq \int_0^1 \sqrt{1+x^n}dx \leq \frac{n+2}{n+1}$ **(5p)**

7. Använd Taylorutvecklingar för att ange ett närmevärde till $\int_0^{\frac{1}{2}} e^{-x^4}\,dx$ med fyra korrekta decimaler, dvs med ett fel $< \frac{10^{-4}}{2}$ **(6p)**

8. Bestäm alla deriverbara funktioner $f(x)$ med följande egenskaper: om kurvan $y = f(x)$ passerar genom punkten (a, b) är tangenten parallell med vektorn $(a - 1{,}3b)$.
Dessutom är $f(2) = 4$ **(6p)**

9.
    a. Formulera integralkriteriet för positiva avtagande serier. **(2p)**

    b. Bestäm $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k}$ **(4p)**