

MATEMATISKA VETENSKAPER

Chalmers

Tentamen i MVE017 Matematisk analys i en variabel för I1.

Tid: 2018-01-10, kl 8.30 - 12.30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare (men formelblad medföljer).

Telefonvakt: Oskar Allerbo 031-772 5325.

---

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från hösten 2017 inkluderas. Resultat meddelas via Ladok inom tre veckor.

Lösningar finns på kursens webbsida [www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve017/1718/](http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve017/1718/) senast 11/1.

Examinator: Jan Alve Svensson.

---

1. a) Lös begynnelsevärdesproblemet (5p)

$$(3x^2 + 4)y' + 15xy = x\sqrt{3x^2 + 4}, \quad y(0) = 1/9.$$

- b) Lös begynnelsevärdesproblemet (3p)

$$y'' - 6y' + 10y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

2. a) Bestäm en primitiv funktion till (3p)

$$f(x) = \frac{2x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2(x + 1)}.$$

- b) Beräkna (5p)

$$\int \frac{1 - \sin^2 t}{10 \cos t + \sin 2t + \sin^2 t \cos t} dt.$$

3. Beräkna gränsvärdet (4p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arctan x - x \sin x}{e^{-x^2} \ln(1 + x^2) - x^2}.$$

4. a) För vilka värden på  $x$  konvergerar potensserien (2p)

$$p(x) = \frac{x^2}{2!} + \frac{4x^3}{3!} + \frac{9x^4}{4!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 x^{n+1}}{(n+1)!}?$$

Motivera noga!

- b) Beräkna (4p)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+1} n^2}{(n+1)!}.$$

**Var god vänd!**

5. Det område i  $x, y$ -planet som ligger under kurvan  $y = 8x/(x^2 + 3)$ , men över linjen  $y = 2$ , roterar runt  $y$ -axeln, så att en kropp bildas. Beräkna kroppens volym. (6p)
6. En tank innehåller från början 1000 liter rent vatten. Man börjar tömma tanken i takten 12 l/min samtidigt som man fyller på med en saltlösning i takten 6 l/min. Saltlösningen innehåller 1/3 kg/l. Bestäm mängden salt i tanken som en funktion av tiden. Vilken är den maximala mängden salt i tanken och när inträffar detta? (6p)
7. Bestäm längden av kurvan  $y = \ln x$ ,  $1 \leq x \leq \sqrt{3}$ . (6p)
8. Visa att varje kontinuerlig funktion på intervallet  $[a, b]$  har en primitiv funktion. (Du kan skippa att visa kontinuitet i  $a$  och  $b$ .) (6p)