MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers

Tentamen i MVE017 Matematisk analys i en variabel för I1.
Tid: 2018-04-04, kl 14.00 - 18.00.
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare (men formelblad medföljer).
Telefonvakt: Mattias Lennartsson, ankn 5325.

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från hösten 2017 inkluderas. Resultat meddelas via Ladok inom tre veckor.

Lösningar finns på kursens webbsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve017/1718/ senast 5/4.

Examinator: Jan Alve Svensson.

---

1. a) Bestäm samtliga lösningar till ekvationen (4p)

$$2(x^2+x-2)yy'-(2x+1)y^2=2x+1, \quad y(2)=\sqrt{3}.$$

   b) Lös differentialekvationen (4p)

$$y''-4y'+4y=8x.$$

2. a) Bestäm (5p)

$$\int \frac{\sqrt{t}-8}{(\sqrt{t}+1)(\sqrt{t}-2)^2}\,dt.$$

   b) Beräkna (3p)

$$\int_0^{\sqrt{8}} x^3\sqrt{1+x^2}\,dx.$$

3. Bestäm konstanten a så att (4p)

$$f(x)=\frac{x^3\sin x}{e^{-x^2}\cos x-1+ax^2}$$

har ett gränsvärde som är $\neq 0$, när $x\to 0$. Beräkna sen gränsvärdet.

4. Bestäm konvergensintervallet till potensserien (4p)

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{3^{n-1}}{n(2n+3)}x^n.$$

Motivera noga! (Konvergensintervallet utgörs av de x för vilka serien är konvergent.)

Var god vänd!

---

5. Det område i x, y-planet som ligger ovanför kurvan $y = \sqrt{9 + x^2}$, men under linjen $y = 5$, roterar runt x-axeln, så att en kropp bildas. Beräkna kroppens volym. (6p)

6. Kurvan $2y = e^x + e^{-x}$, $0 \leq x \leq 1$, roterar runt x-axeln, så att en yta bildas. Beräkna ytans area. (6p)

7. Avgör om den generaliserade integralen (6p)

$$\int_0^1 \frac{1}{t} \ln(1 - t)\, dt$$

   är konvergent eller divergent. Motivera noga! (Potensserier kan vara användbara.)

8. Formulera och bevisa konvergenskriteriet för alternerande serier. (6p)

JAS