

MATEMATISKA VETENSKAPER

Chalmers

Tentamen i MVE017 Matematisk analys i en variabel för I1.

Tid: 2018-08-20, kl 8.30 - 12.30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare (men formelblad medföljer).

Telefonvakt: Fanny Berglund, 031-772 5325.

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från hösten 2017 inkluderas. Resultat meddelas via Ladok inom tre veckor.

Lösningar finns på kursens webbsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve017/1718/ senast 21/8.

Examinator: Jan Alve Svensson.

1. a) Bestäm alla lösningar till ekvationen (4p)

$$(x^2 + 1)y' - xy = \sqrt{x^2 + 1}.$$

- b) Lös differentialekvationen (4p)

$$y'' - 2y' = \cos x.$$

2. a) Beräkna (4p)

$$\int_{-1}^0 \frac{x}{2 + 2x + x^2} dx.$$

- b) Beräkna (4p)

$$\int \frac{1}{x^2} \arctan x dx.$$

3. Bestäm Maclaurinpolynomet av grad 7 till $f(x) = (e^x - e^{-x}) \sin x$. (4p)

4. a) För vilka värden på x konvergerar potensserien (4p)

$$p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n-1} x^n}{2n(3n+1)}?$$

Motivera noga!

- b) Avgör om serien (2p)

$$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n(n-3)}$$

är konvergent eller divergent. Beräkna summan om den är konvergent.

Var god vänd!

5. Det område i första kvadranten som ligger innanför cirkeln $x^2 + y^2 = 16$, men ovanför grafen till $y = \sqrt{6x}$, roterar runt y -axeln, så att en kropp bildas. Beräkna kroppens volym. (6p)

6. Beräkna (6p)

$$\int \frac{2 dx}{\sin 2x + 2 \sin x}$$

7. Låt $p(x)$ vara potensserien

$$p(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(n\pi/3)}{n!} x^n.$$

- a) Bestäm seriens konvergensintervall. (1p)
b) Visa att serien löser differentialekvationen $y'' - y' + y = 0$. (3p)
c) Uttryck $p(x)$ med elementära (dvs "vanliga") funktioner. (2p)

8. Visa att om potensserien (6p)

$$p(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

är konvergent när $x = x_0$, så är den konvergent för varje x sånt att $|x| < |x_0|$.