Tentamen i Matematisk Analys i en variabel för I1, MVE 016 MATEMATIK

2013 – 04 – 05 kl 8.30 – 12.30 Chalmers

Hjälpmedel: inga (men ett formelblad medföljer)

Telefonvakt: Jacob Leander

Tel 0703 – 088 304

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. Bonuspoäng från duggor hösten 2012 räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

Till uppgifterna 1 – 3 krävs bara mycket kortfattade motiveringar.

1. Beräkna följande integraler: **(9p)**

   a. $\int_1^e x^3 \ln x \ dx$

   b. $\int_0^2 \frac{dx}{x^2+4}$

   c. $\int \sin^3 x \ dx$

2. Avgör om följande serier är konvergenta: **(5p)**

   a. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\frac{1}{n}$

   b. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(2n+1)!}$

3. Bestäm den lösning till differentialekvationen
   $y'' + 4y = 3\sin x$
   som uppfyller begynnelsevillkoren $y(0) = 0$ och $y'(0) = 3$ **(6p)**

VÄND!

Till uppgifterna 4 – 8 måste lösningarna vara tydligt motiverade.

4. Låt $f(x) = \ln(1 + \sin x^2) + \cos(x \arctan 2x)$
   Bestäm $f^{(IV)}(0)$ **(5p)**

5. Bestäm konstanten *C* så att den generaliserade integralen
   $\int_0^\infty \left(\frac{x}{x^2+1} - \frac{C}{3x+1}\right) dx$
   blir konvergent. **(5p)**
   Integralens värde måste inte beräknas!

6. Bestäm alla deriverbara kurvor $y = f(x)$ i första kvadranten med följande egenskap: Om en linje dras från origo till punkten (x, y) på kurvan och en tangent till kurvan dras från samma punkt ner till *x*-axeln, bildas en likbent triangel där de två lika sidorna möts i punkten (x, y). (Den tredje sidan ligger förstås på *x*-axeln.) **(6p)**

7. Funktionen $f(x) = 2x + \sin x$ är inverterbar med invers φ.
   Beräkna integralen $\int_0^{2\pi} \varphi(y) dy$ **(6p)**
   Ledning: rita kurvan $y = f(x)$ och tolka integralen som en area.

8.

   a. Ange och bevisa formeln för summan av den geometriska serien $\sum_{n=0}^\infty r^n$ **(4p)**

   b. Bestäm för vilka *x* serien $\sum_{n=1}^\infty e^{1-xn}$ är konvergent.
   Bestäm också för dessa *x* seriens summa. **(4p)**