

Hjälpmedel: inga (men ett formelblad medföljer)

Telefonvakt: Elin Solberg

Tel 0703 – 088 304

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

Till uppgifterna 1 – 3 krävs bara mycket kortfattade motiveringar.

1. Beräkna följande integraler: **(9p)**

a. $\int_1^2 x\sqrt{x-1} dx$

b. $\int \ln(2x+1) dx$

c. $\int \frac{x-1}{x^3+x} dx$

2. **(5p)**

a. Är serien $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3+1}$ konvergent?

b. För vilka x konvergerar serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n \cdot 4^n}$?

3. Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y'' - 2y' + 2y = 2x + 3$$

som uppfyller begynnelsevillkoren $y(0) = 3$, $y'(0) = 0$

(6p)

Till uppgifterna 4 – 8 skall lösningarna vara tydligt motiverade

4. För vilka tal a och b är den generaliserade integralen

$$\int_1^{\infty} \frac{x^a}{1+x^b} dx \text{ konvergent?} \quad (6\text{p})$$

5. Lös differentialekvationen $(1 + \cos x)y' = (1 + e^{-y}) \sin x$, $y(0) = 0$ (6p)

6. Bestäm för varje värde på konstanten a gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax) - \ln(1+2x)}{e^{ax} - 1 - 2x + 2x^2} \quad (6\text{p})$$

7. Visa att $\frac{1}{17} \leq \int_1^2 \frac{dx}{1+x^4} \leq \frac{1}{2}$

Visa att det i själva verket gäller $\int_1^2 \frac{dx}{1+x^4} \leq \frac{7}{24}$ (6p)

- 8.

- a. Formulera och bevisa analysens huvudsats. (3p)

- b. För vilka x är funktionen $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t^2+t+1} dt$ växande? (3p)