

Hjälpmedel: inga (men ett formelblad medföljer)

Telefonvakt: Edvin Wedin      Examinator: Johan Berglind

Tel anknytning 5325

---

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från duggor hösten 15 räknas med.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

---

**Till uppgifterna 1 – 3 krävs bara mycket kortfattade motiveringar. (Men enbart svar räcker inte.)**

1. Beräkna följande integraler:

a.  $\int_0^2 \frac{x}{1+x^2} dx$  **(2p)**

b.  $\int_0^2 \frac{x}{1+x} dx$  **(3p)**

c.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos x}$  **(4p)**

2.

a. Avgör om serien  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n^2}$  är konvergent. **(2p)**

b. För vilka  $x$  konvergerar serien  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n\sqrt{n}}$ ? **(3p)**

3. Lös differentialekvationen  $y'' + 4y = \cos(2t)$   
om  $y(0) = 1$  och  $y'(0) = 0$  (6p)

**Till uppgifterna 4 – 8 skall lösningarna vara tydligt motiverade**

4. Beräkna den generaliserade integralen  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x+x^2}$  (5p)

5. Låt  $n$  vara ett positivt heltal. Visa att  $\int_0^1 e^{(x^n)} dx \leq e - 1$  (4p)

6. Lös differentialekvationen  $y' - e^y x = 3e^{y-x}$  (5p)

7. Använd Maclaurinutvecklingar för att avgöra för vilka tal  $a$  och  $b$   
gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - 1 - x}{e^{bx} - 1 - x}$  existerar. Beräkna gränsvärdet. (6p)

8. Tangenten i en godtycklig punkt  $(s, t)$  på en kurva i första  
kvadranten i  $x, y$ -planet skär  $x$ -axeln i punkten  $(-\frac{1}{s}, 0)$ .  
Kurvan passerar punkten  $(0, 2)$ . Bestäm kurvans ekvation. (6p)

9. Skriv upp och bevisa formeln för volymen som uppstår då en  
kurva  $y = f(x)$  roterar kring  $x$ -axeln. (4p)