

MATEMATISKA VETENSKAPER

Chalmers

Tentamen i MVE017 Matematisk analys i en variabel för I1.

Tid: 2018-04-04, kl 14.00 - 18.00.

Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare (men formelblad medföljer).

Telefonvakt: Mattias Lennartsson, ankn 5325.

---

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från hösten 2017 inkluderas. Resultat meddelas via Ladok inom tre veckor.

Lösningar finns på kursens webbsida [www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve017/1718/](http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve017/1718/) senast 5/4.

Examinator: Jan Alve Svensson.

---

1. a) Bestäm samtliga lösningar till ekvationen (4p)

$$2(x^2 + x - 2)yy' - (2x + 1)y^2 = 2x + 1, \quad y(2) = \sqrt{3}.$$

- b) Lös differentialekvationen (4p)

$$y'' - 4y' + 4y = 8x.$$

2. a) Bestäm (5p)

$$\int \frac{\sqrt{t} - 8}{(\sqrt{t} + 1)(\sqrt{t} - 2)^2} dt.$$

- b) Beräkna (3p)

$$\int_0^{\sqrt{8}} x^3 \sqrt{1 + x^2} dx.$$

3. Bestäm konstanten  $a$  så att (4p)

$$f(x) = \frac{x^3 \sin x}{e^{-x^2} \cos x - 1 + ax^2}$$

har ett gränsvärde som är  $\neq 0$ , när  $x \rightarrow 0$ . Beräkna sen gränsvärdet.

4. Bestäm konvergensintervallet till potensserien (4p)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{n(2n+3)} x^n.$$

Motivera nog! (Konvergensintervallet utgörs av de  $x$  för vilka serien är konvergent.)

**Var god vänd!**

5. Det område i  $x, y$ -planet som ligger ovanför kurvan  $y = \sqrt{9 + x^2}$ , men under linjen  $y = 5$ , roterar runt  $x$ -axeln, så att en kropp bildas. Beräkna kroppens volym. (6p)

6. Kurvan  $2y = e^x + e^{-x}$ ,  $0 \leq x \leq 1$ , roterar runt  $x$ -axeln, så att en yta bildas. Beräkna ytans area. (6p)

7. Avgör om den generaliserade integralen (6p)

$$\int_0^1 \frac{1}{t} \ln(1-t) dt$$

är konvergent eller divergent. Motivera nog! (Potensserier kan vara användbara.)

8. Formulera och bevisa konvergenzkriteriet för alternerande serier. (6p)

JAS