

MATEMATISKA VETENSKAPER

Chalmers

Tentamen i MVE017 Matematisk analys i en variabel för I1.

Tid: 2019-01-16, kl 8.30 - 12.30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare (men formelblad medföljer).

Telefonvakt: Felix Held 031-772 5325.

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från hösten 2018 inkluderas. Resultat meddelas via Ladok inom tre veckor.

Lösningar finns på kursens webbsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve017/1819/ senast 17/1.

Examinator: Jan Alve Svensson.

1. a) Lös differentialekvationen (4p)

$$(x^2 + 1)y' + (2x^3 + 2x)y = x^5 + x^3.$$

- b) Lös differentialekvationen (4p)

$$y'' + 2y' + 5y = 5x + 7.$$

2. a) Avgör om integralen (4p)

$$\int_1^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + 2 \right) e^{-2\sqrt{x}} dx$$

är konvergent. Beräkna i så fall dess värde.

- b) Beräkna (4p)

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\arctan x}{x^3} dx.$$

Förenkla svaret!

3. Beräkna sjundederivatan $f^{(7)}(0)$ när (4p)

$$f(x) = 6(x - \sin x) \ln(1 + x^2) - x^5.$$

4. a) För vilka värden på x konvergerar potensserien (3p)

$$p(x) = \frac{x}{1 \cdot 1} - \frac{x^2}{2 \cdot 3} + \frac{x^3}{3 \cdot 5} - \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n(2n-1)}?$$

Motivera nogga!

- b) Beräkna (3p)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n(2n-1)3^n}.$$

Var god vänd!

5. Kurvorna $y = 2/(x+1)$ och $y = 2-x$ avgränsar tillsammans ett begränsat område i x, y -planet. Beräkna volymen av den kropp som fås när området roteras runt x -axeln. (6p)

6. Två kemiska ämnen A och B reagerar i en behållare med vätska så att en molekyl vardera av A och B bildar en molekyl av ämnet C . Samtidigt sönderfaller ämnet C så att en molekyl av C bildar en molekyl vardera av ämnena A och B . (6p)

När reaktionen startar finns inga molekyler av ämnet C i behållaren men 1 mol av ämnet A och 2 mol av ämnet B . (En mol är ungefär $6 \cdot 10^{23}$ stycken molekyler.)

Den takt med vilken C bildas från A och B vid tiden t är proportionell mot produkten av antalet mol av A och B vid samma tid. Proportionalitetskonstanten har bestämts till 0,3.

Den takt med vilken C sönderfaller i A och B vid tiden t är proportionell mot antalet mol av C vid samma tid. Proportionalitetskonstanten har bestämts till 0,2.

Bestäm antalet mol av ämnet C i behållaren som funktion av tiden. Hur många mol av ämnet C finns långsiktigt?

7. Beräkna
$$\int \frac{dx}{1 + \cos^2 x}.$$
 (6p)

8. Visa att varje absolutkonvergent serie är konvergent. (6p)