

MATEMATISKA VETENSKAPER

Chalmers

Tentamen i MVE017 Matematisk analys i en variabel för I1.

Tid: 2019-04-24, kl 14.00 - 18.00.

Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare (men formelblad medföljer).

Telefonvakt: Anton Johansson 031-772 5325.

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från hösten 2018 inkluderas. Resultat meddelas via Ladok inom tre veckor.

Lösningar finns på kursens webbsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve017/1819/ senast 25/4.

Examinator: Jan Alve Svensson.

1. a) Lös differentialekvationen (3p)

$$y' = y + 2x(y - e^x).$$

b) Lös differentialekvationen (5p)

$$y' + 2xy = xy^2.$$

2. a) Beräkna (4p)

$$\int \frac{3x - 1}{x^3 - x} dx.$$

b) Beräkna (4p)

$$\int \cos(x)e^{2x} dx.$$

3. Beräkna (4p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - \sin x) \ln(1 + x^2)}{x(\cos x^2 - 1)}.$$

4. a) För vilka värden på x konvergerar potensserien (3p)

$$p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n}?$$

Motivera noga!

b) Beräkna (3p)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \cdot 2^{2n+1}}.$$

Var god vänd!

5. Området i första kvadranten som ligger under grafen till $f(x) = \cos x$, $\pi/6 \leq x \leq \pi/2$ roterar kring y -axeln så att en kropp bildas. Beräkna kroppens volym. (6p)

6. Avgör om (6p)

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x^2-4}} dx$$

är konvergent. Beräkna i så fall dess värde.

7. Grafen till funktionen $f(x)$, $x > 0$, har egenskapen att för varje punkt P på grafen gäller att tangenten i P skär y -axeln i en punkt som ligger lika långt från P som från origo. (6p)

Vilka möjligheter finns för f ?

8. Formulera och bevisa jämförelsekriteriet på gränsvärdes form för positiva serier. (6p)