

MATEMATISKA VETENSKAPER

Chalmers

Tentamen i MVE017 Matematisk analys i en variabel för I1.

Tid: 2019-08-19, kl 8.30 - 12.30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare (men formelblad medföljer).

Telefonvakt: NN 031-772 5325.

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från hösten 2018 inkluderas. Resultat meddelas via Ladok inom tre veckor.

Lösningar finns på kursens webbsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve017/1819/ senast 20/8.

Examinator: Jan Alve Svensson.

1. a) Lös differentialekvationen (3p)

$$y' - 3x^2 = 3x^2y.$$

- b) Lös differentialekvationen (5p)

$$y'' + 4y' + 4y = 16x^2e^{2x}.$$

2. a) Beräkna integralen (4p)

$$\int \frac{\sin 2x}{2 + \cos^2 x} dx.$$

- b) Avgör om integralen (5p)

$$\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x(4-x)}}$$

är konvergent. Beräkna i så fall dess värde.

3. Bestäm Maclaurinutvecklingarna till (3p)

$$\frac{1}{1+x}, \quad \frac{-1}{(1+x)^2}, \quad \text{och} \quad \left(\frac{x}{1+x}\right)^2.$$

Svaren ska skrivas med summa-symbol.

4. Avgör om följde serier är divergenta eller konvergenta. (2+2+2p)

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + \sqrt{n}}, \quad \text{b) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{n^4 - 1}, \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Motivera nog!

Var god vänd!

5. Bräkna längden av kurvan $y = (1 + x^{2/3})^{3/2}$, $1 \leq x \leq 8$. (6p)

6. Avgör om (6p)

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 4}}$$

konvergerar. Beräkna i så fall dess värde.

7. Lös differentialekvationen (6p)

$$2x^2y'' - xy' + y = x^2 \cdot \frac{-1}{(1+x)^2},$$

när $0 < x < 1$.

Svaret ska inte innehålla nån potensserie.

8. Visa att det till varje kontinuerlig funktion f på ett intervall $[a, b]$ finns (6p)
en funktion F som har f som derivata på (a, b) .