

**TMA 251****Matematik CTH****Tentamensskrivning i Komplex analys för F2 / Kf2**

Datum: 1996-10-21, kl. 8.45 - 12.45.

Hjälpmedel: Tabell som delas ut med skrivningen.

Telefonvakt: Stefan Karlsson, ankn. 3580.

OBS! Linje, inskrivningsår och personnummer skall anges på skrivningsomslaget.

=====

**1. Beräkna integralen**

$$\int_0^\pi \frac{d\theta}{1 + \sin^2 \theta}. \quad (7\text{p})$$

**2. Bestäm alla analytiska funktioner  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  vars realdel och imaginärdel uppfyller**

$$(u(x, y))^2 = v(x, y). \quad (7\text{p})$$

**3. Ekvationen  $z^4 + z^3 + 4z^2 + 2z + 3 = 0$  är given. Bestäm antalet rötter ekvationen har i det högra halvplanet. (4p) Bestäm två positiva (ändliga) tal  $a$  och  $b$  sådana att cirkelringen  $a < |z| < b$  innehåller alla ekvationens rötter. Motivera! (3p)****4. Avbilda konformt på övre halvplanet området**

$$\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, |z + i| > \sqrt{2}\}. \quad (7\text{p})$$

**5. Funktionen  $f$  är analytisk i  $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$  och uppfyller  $|f(z)| \leq 1$  för alla  $z \in D$ . Visa att  $|f'(0)| \leq 1$ . (7p)****6. Antag att  $Z(\{x(n)\}_{n=0}^\infty) = X(z)$ . Visa att  $Z(\{nx(n)\}_{n=0}^\infty) = -zX'(z)$ . (5p)****7. Formulera och bevisa Moreras sats. (5p)****8. Formulera och bevisa Liouvilles sats. (5p)**