

MVE025 / TMA253 (samt "gamla kursen" TMA252)

Matematik CTH

Tentamensskrivning i Komplex matematisk analys F / Kf

Datum: 2006-01-10, kl. 14.00 - 18.00.

Hjälpmedel: Endast formelblad som delas ut av tentamensvakterna.

Telefonvakt: Johan Jansson / Peter Lindroth, tel. 0762-721860, besöker salen ca 15.00 och 17.00.

OBS! Linje, inskrivningsår och personnummer skall anges på skrivningsomslaget.

=====
1. Finn en funktion $f = f(z)$ som är analytisk i det övre halvplanet och vars imaginärdel är $v(x, y) = \ln((x - 1)^2 + y^2)$. (6p)

2.(a) Beräkna med hjälp av residykalkyl

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin ax}{(x^2 + 1)^2} dx, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Utför de nödvändiga uppskattningarna. (7p)

(b) Beräkna Fouriertransformen $\hat{f} = \hat{f}(\xi)$ av funktionen

$$f(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)^2}, \quad x \in \mathbb{R}. \quad (2p)$$

3. Ange två Laurentutvecklingar kring $z_0 = -2i$ för funktionen

$$f(z) = \frac{z}{z^2 + 4}.$$

Redogör noga för var de gäller. (7p)

4. Se nästa sida.

5. Betrakta funktionen

$$f_\alpha(z) = \alpha \begin{vmatrix} e^{\alpha\bar{\alpha}} & e^{\alpha\bar{z}} \\ e^{\bar{\alpha}z} & e^{z\bar{z}} \end{vmatrix}.$$

Avgör för vilka $\alpha \in \mathbb{C}$ funktionen f_α är analytisk i \mathbb{C} . Motivera! (6p)

6. Härled formler 14 och 15 i Laplacetransformtabellen (Laplacetransformen av sin och cos). Du får inte använda formler i tabellen vid härledningen, utan måste använda definitionen. (5p)

7. Formulera och bevisa Moreras sats. (5p)

8. Formulera och bevisa Rouchés sats. (5p)

MVE025 (F, “nya” kursen) 4. Avbilda konformt på enhetsskivan området i övre halvplanet mellan realaxeln och den cirkel som går genom punkterna -2 och 2 , har sin medelpunkt i det nedre halvplanet och bildar vinkel $\frac{\pi}{6}$ med realaxeln. (6p)

TMA253 (Kf, “nya” kursen) 4. Avbilda konformt på enhetsskivan området i övre halvplanet mellan realaxeln och den cirkel som går genom punkterna -2 och 2 , har sin medelpunkt i det nedre halvplanet och bildar vinkel $\frac{\pi}{6}$ med realaxeln. (6p)

TMA252 (F & Kf, “gamla” kursen) 4. Beräkna integralen

$$\int_{\gamma} \frac{dz}{z^5 + 3z + 5}, \quad \gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}.$$

(Kurvan γ genomlöps ett varv moturs.). (6p)

/JM