1 Tenta i komplex analys, F/ Kf och TM, MVE 025 och MVE 295

2012 01 13, 08.30-12.30

Hjälpmedel: Formelblad som delas ut av tentamensvakterna
Telefonvakt: Telefonvakt Martin Berglund 0703-088304

---

1. a) Beräkna integralerna
$$\int_{|z|=1} \frac{z^4}{4z^2-1}dz$$
(3p)
b)
$$\int_{|z|=1} \frac{z^2}{4z^4-1}dz.$$
(4p)

2. Beräkna Fouriertransformen av funktionen
$$f(x) = \frac{\sin x}{1+x^2}.$$
(7p)

3. Visa att ekvationen
$$z + e^{-z} = 2$$
har exakt en lösning i högra halvplanet.
(7p)

4. a) Använd Laplacetransformering för att ge en lösningsformel för differentialekvationen
$$u''(t) + u(t) = f(t), \quad t > 0,$$
med begynnelsevärdena $u(0) = 1$ och $u'(0) = 0$. (5p)
b) Vad blir lösningen explicit när $f(t) = 1$ för $t < 1$ och $f(t) = 0$ för $t \geq 1$? (2p)

5. Bestäm en konform avbildning från området
$$\{z \in \mathbb{C}; |z-1| < \sqrt{2}, |z+1| < \sqrt{2}\}$$
till det högra halvplanet.
(7p)

6. a) Definiera den komplexa derivatan av en funktion definierad i ett område i det komplexa planet. (1p)
b) Visa att om funktionen f har en komplex derivata i en punkt $a \in \mathbb{C}$ så uppfyller f Cauchy Riemanns ekvationer i den punkten. (4p)

7. Låt f vara holomorf i området $\{z \in \mathbb{C}; |z| < R\}$ där $R > 0$. Visa att f har en Taylorutveckling
$$f(z) = \sum a_k z^k$$
där och ge en formel för koefficienterna a_k. (5p)

8. Bestäm alla funktioner f som är holomorfa i hela det komplexa planet och uppfyller olikheten
$$|f(z)| \leq e^x,$$
där $z = x + iy$.
(5p)

Lycka till!,
BB