1 Tenta i komplex analys, F/ Kf och TM, MVE 025 och MVE 295

2012 08 29, 08.30-12.30

Hjälpmedel: Formelblad som delas ut av tentamensvakterna
Telefonvakt: Magnus Önnheim 0703-088304

---

1. Låt f vara holomorf i en omgivning av enhetsskivan. Beräkna kurvintegralen
$$\int_{|z|=1} \frac{f(z)dz}{2z^2-1}$$
(7p)

2. a Beräkna Fouriertransformen av
$$\frac{e^{ix}}{1+x^2}$$
(4p)

   b Beräkna Fouriertransformen av
$$\frac{\cos x}{1+x^2}$$
(3p)

3. Hur många nollställen har funktionen $f(z) = z^9 + 5z^2 + 3$ i första kvadranten (dvs $0 < \arg z < \pi/2$)?

   (7p)

4. a) Beräkna Laplacetransformen av
$$f(t) = \int_0^t \cos(t-u)\sin u du.$$
(3p)

   b) Använd detta till att beräkna $f(t)$ explicit. (4p)

5. Låt D vara området
$$\{z; |z| < 1, \quad \& \quad Imz > 0\}.$$
Vad är bilden av D under avbildningen
$$f(z) = \left(\frac{z-1}{z+1}\right)^2?$$
Motivera! (6p)

6. Formulera och bevisa algebrans fundamentalsats. (5p)

7. a. Skriv ner Cauchy Riemanns ekvationer för en funktion $f(z) = u + iv$. (1p)

   b. Visa att om f har en komplex derivata i en punkt så uppfyller u och v Cauchy Riemanns ekvationer i den punkten. (4p)

8. a Antag att f är holomorf i det öppna övre halvplanet och i det öppna nedre halvplanet, och dessutom kontinuerlig i hela det komplexa planet. Visa att f då är holomorf överallt. (4p)

   b Antag att f är holomorf i det öppna övre halvplanet, kontinuerlig i det slutna övre halvplanet och reell på realaxeln. Utvidga definitionen av f genom att sätta
$$f(z) = \overline{f(\bar{z})}$$
om z ligger i det öppna nedre halvplanet. Visa att f då blir holomorf i hela planet. (2p)

Lycka till!,
BB