1 Tenta i komplex analys, F/ Kf och TM, MVE 025 och MVE 295

2015 10 29, 08.30-12.30

Hjälpmedel: Formelblad som delas ut av tentamensvakterna
Telefonvakt: Mattias Lennartsson 0703-088304

Betygsgränser: 1-19 (U), 20-29 (3), 30-39(4), 40-50 (5)

---

1. a. Använd residykalkyl till att beräkna Fouriertransformen av

$$f(t) = \frac{1}{t^2 - 4t + 13}.$$

(5p)

b. Använd resultatet i (a) till att beräkna Fouriertransformen av

$$g(t) = \frac{t-2}{(t^2 - 4t + 13)^2}$$

(2p)

2. a. Hur många nollställen räknade med multiplicitet har polynomet $p(z) = 2z^5 - 6z^2 + z + 1$ i området $1 < |z| < 2$? (4p)

   b. Hur många nollställen har samma polynom i vänstra halvplanet? (3p)

3. Bestäm de fyra första termerna i Laurentserieutvecklingen av

$$f(z) = \frac{e^z}{z(z^2+1)}$$

i området $0 < |z| < 1$. Använd resultatet till att beräkna

$$\int_{|z|=1/2} \frac{f(z)}{z^3} dz$$

(7p)

4. Vad är bilden av området $\{z; \Re z > 0, |z-1| > 1\}$ under avbildningen $f(z) = (2-z)/z$? ($\Re z$ är realdelen av z.)

(7p)

5. *Laguerrepolynomet av ordning* k definieras som

$$p_k(t) = \frac{1}{k!} e^t \frac{d^k}{dt^k}(t^k e^{-t}).$$

Beräkna Laplacetransformen $\mathcal{L}(p_k)(s)$.

(7p)

6. Visa att om $f(z) = h(z)/g(z)$ där $g(0) = 0$ men $g'(0) \neq 0$ så är residyn av f i 0 lika med $f(0)/g'(0)$. (5p)

7. Visa att en funktion f som är holomorf i området $\{z; |z| < R\}$ (där $R > 0$) kan utvecklas i potensserie där.

(5p)

8. Visa att om $p(z)$ är ett polynom av grad $n > 1$ med endast enkla nollställen $z_1, z_2, ...z_n$, så är

$$\sum_1^n \frac{1}{p'(z_j)} = 0.$$

(5p)

Lycka till!,
BB