

1 Tenta i komplex analys, F/ Kf och TM, MVE 025 och MVE 295

2014 01 17, 08.30-12.30

Hjälpmedel: Formelblad som delas ut av tentamensvakterna
Telefonvakt: Timo Hirscher 0703-088304

1. Beräkna med användning av residykalkyl Fouriertransformen av

$$\frac{1}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}$$

(7p)

2. Beräkna

$$\int_{|z|=2} \frac{e^z}{1+z^2} dz$$

(7p)

3. Utveckla funktionen

$$\frac{1}{(z-1)(z-2)^2}$$

i Laurentserie i området $\{z; 1 < |z| < 2\}$. (7p)

4. a) Hur många nollställen har funktionen $f(z) = z^4 + 2z + 10$ i cirkelringen $\{z; 1 < |z| < 2\}$?
(7p)

5. Låt Δ vara triangeln med hörn i punkterna 0, $1+i$ och $-1+i$. Vad är bilden av Δ under Möbiusavbildningen

$$f(z) = \frac{z-1+i}{z+1-i}?$$

(7p)

6. Lös med hjälp av Laplacetransformering

$$y'' - 2y' + 5y = e^{-t}, \quad t > 0,$$

med begynnelsevärden $y(0) = 1, y'(0) = 2$. (7p)

7. Bevisa triangelolikheten för integraler,

$$\left| \int_a^b g(t) dt \right| \leq \int_a^b |g(t)| dt,$$

där g är en komplexvärd funktion. (5p)

8. Formulera och bevisa Liouvilles sats. (5p)

9. Låt f vara holomorf i enhetskivan och uppfylla $|f| \leq 1$ där. Antag också att $f(1/2) = 1/2$. Visa att

$$|f(z) - 1/2| \leq 3 \frac{|z - 1/2|}{|z - 2|}.$$

(5p)

Lycka till!,
BB