

1 Tenta i komplex analys, F/ Kf och TM, MVE 025 och MVE 295

2013 10 24, 08.30-12.30

Hjälpmedel: Formelblad som delas ut av tentamensvakterna
Telefonvakt: Anna Persson 0703-088304

1. a) Beräkna med användning av residykalkyl Fouriertransformen av

$$\frac{1}{x^2 + 4x + 8}$$

(4p)

- b) Beräkna Fouriertransformen av

$$\frac{\cos x}{x^2 + 4x + 8}$$

(3p)

2. Beräkna integralen

$$\int_0^\pi \frac{dt}{1 + \sin^2 t}$$

(7p)

3. a) Hur många nollställen har funktionen $f(z) = z^5 - 5z + 3$ i cirkelringen $\{z; 1/2 < |z| < 1\}$.
(4p)

- b) Hur många nollställen har samma funktion i högra halvplanet? (3p)

4. Avbilda konformt på övre halvplanet området

$$\{|z| < \sqrt{2}\} \cap \{|z - 2| < \sqrt{2}\}.$$

(7p)

5. Lös med hjälp av Laplacetransformering systemet

$$x'(t) = 2x(t) - y(t)$$

$$y'(t) = 3x(t) - 2y(t)$$

för $t > 0$ med begynnelsevärdena $x(0) = 0, y(0) = 1$. (7p)

6. Bevisa faltningssatsen för Z-transformen.. (5p)

7. Formulera och bevisa argumentprincipen på integralform (dvs den formel som uttrycker antalet nollställen av en holomorf funktion innanför en kurva som en integral över kurvan.) (5p)

8. Låt u vara en harmonisk funktion definierad i hela det komplexa planet. Visa att det finns en holomorf funktion vars realdel är $xu_x + yu_y$ (2p). Visa också att det finns en holomorf funktion vars realdel är

$$\frac{xu_x - yu_y}{x^2 + y^2}$$

utanför origo.

(3p)

Lycka till!,
BB