(ÖVNINGS-) TENTAUPPGIFTER

1. Låt $f(x,y)=\begin{cases}\frac{(x-y)^3}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$.

Visa att f är kontinuerlig i $(0,0)$ (1p), partiellt deriverbar i $(0,0)$ (3p),
men inte differentierbar i $(0,0)$ (5p) (9p)

2. Låt $F(x,y,z)=x^4+y^2-z^3$.

a) Bestäm en ekvation för tangentplanet till nivåytan $F(x,y,z)=1$ i punkten $(1,1,1)$. (4p)

b) I vilken riktning växer funktionsvärdena snabbast i punkten $(1,1,1)$? (2p)

3. Låt $f(x,y)=\cosh(x-y^2)+\sin(x^2-y)$.

a) Bestäm en normalvektor till ytan $z=f(x,y)$ i punkten $(1,1,1)$. (4p)

b) Bestäm en ekvation för normalen till nivåkurvan $f(x,y)=1$ i punkten $(1,1)$. (3p)

4. Given är ytan $z=1+\ln(1+x^2+y^2)$.

a) Bestäm ytans nivåkurvor. (2p)

b) Bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan i punkten $(1,-2,1+\ln 6)$. (5p)

5. Lös för $x>0, y>0$ problemet $xf'_x-yf'_y=x+y,\ f(x,x)=\cosh x$
genom att införa nya variabler $u=xy, v=x-y$. Duger u,v som nya variabler? (7p)

6. Låt $f(x,y)=3\ln\sqrt{x^2+y^2+1}+xy-x^2-y^2$.

a) Taylorutveckla f kring origo med termer till och med fjärde graden och visa med hjälp härav att origo är en sadelpunkt till f. (7p)

b) Bestäm alla stationära punkter till f och deras karaktär. (7p)

svar: **2a)** $4x+2y-3z=3$, **b)** $(4,2,-3)$ **3a)** $(2,-1,-1)$, **b)** $x+2y=3$

4a) $x^2+y^2=k\ (k\geq 0)$, **b)** $x-2y-3z=2-3\ln 6$ **5)** $f(x,y)=x-y+\cosh(\sqrt{xy})$

6a) $\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}y^2+xy-\frac{3}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2y^2-\frac{3}{4}y^4$, **b)** $(0,0)$ sadelpunkt, $\pm(1,1)$ globala maximipunkter