

**Tentamensskrivning i flervariabelanalys F1 (MVE035) och reell matematisk analys F, delB (TMA975), 2006-03-10, kl. 8.30-12.30 i V**

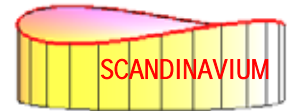
**Hjälpmedel:** Inga, ej heller räknedosa

**Telefon:** Johan Jansson, tel. 0762-721860

**OBS:** Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget.  
Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat.

1. Låt  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy - 6$ .
- a) Ange en ekvation för tangentplanet till ytan  $z = f(x, y)$  i punkten  $(1, 2, 3)$ . (5p)
  - b) Bestäm riktningsderivatan av  $f$  i punkten  $(1, 2)$  i riktningen  $(2, 1)$ . (3p)
  - c) Bestäm alla stationära punkter till  $f$  och deras karaktär. (7p)

2. Scandinavium  $K$  i Göteborg definieras (i lämpligt koordinatsystem) av olikheterna  $0 \leq z \leq 15 + \frac{x^2}{500}$ ,  $x^2 + y^2 \leq 2500$ .



- a) Beräkna volymen av  $K$ . (6p)
- b) Beräkna arean av Scandinaviums yttervägg  
[Scandinaviums yttervägg är ytan  $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 2500, 0 \leq z \leq 15 + \frac{x^2}{500}\}$ ]. (6p)
- c) Beräkna flödet av  $\mathbf{v} = (x, y, 2z)$  ut ur Scandinavium genom tak och yttervägg  
[Scandinaviums tak är ytan  $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 2500, z = 15 + \frac{x^2}{500}\}$ ]. (5p)
- d) Klockan 12 en vacker vårdag var temperaturen på och kring Scandinaviums tak  $T(x, y, z) = 10^{-3}(y^2 - xy + 500z)$  [°Celsius].  
Mellan vilka värden varierade temperaturen på  $K$ 's tak då? (7p)

3. Låt  $\mathbf{F} = \left( \frac{1}{1+(x-y)^2}, \frac{y+z}{1+(y+z)^2} - \frac{1}{1+(x-y)^2}, \frac{y+z}{1+(y+z)^2} \right)$ .
- Visa att  $\mathbf{F}$  är konservativt i  $\mathbb{R}^3$  och beräkna det arbete som  $\mathbf{F}$  uträttar längs kurvan  $C : \mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = (e^{\cos 2t}, e^{\sin 2t}, -\cos t)$ ,  $0 \rightarrow t \rightarrow \pi$ . (8p)

- 4. a) Definiera differentialen av ett fält  $\mathbf{F} : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  i en punkt  $\mathbf{a}$ . (3p)
- b) Formulera Stokes' sats. (3p)

5. Formulera och bevisa en formel för derivering av en sammansatt funktion  $f(x(t), y(t))$ . (7p)

Betygsgränser: 24p – 35p ger betyget 3, 36p – 47p ger betyget 4, 48p eller mer ger betyget 5 BB

**svar:** 1a)  $4x - 28y + z + 49 = 0$  b)  $4\sqrt{5}$  c)  $(0, 0)$  (sadelpunkt),  $\pm(1, 1)$  (lok. minimipunkter)  
2a)  $40625\pi$  b)  $1750\pi$  c)  $162500\pi$  d)  $V_T = [7.5^\circ, 11.25^\circ]$  3)  $\ln \sqrt{5}$