

Tentamensskrivning i flervariabelanalys F1 (MVE035) och reell matematisk analys F, delB (TMA975), 2007-03-16, kl. 8.30-12.30 i V

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa

Telefon: Karin Kraft, tel. 0762-721860

OBS: Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget.
Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat.

- =====
1. Låt $F(x, y, z) = (\ln(x) + xz)\cos(y)\arctan(y + z)$.
 - a) Visa att nivåytan $F(x, y, z) = \frac{\pi}{4}$ lokalt kring punkten $(1, 0, 1)$ är en C^1 -funktionsyta $z = f(x, y)$ och bestäm $f'_x(1,0)$ och $f'_y(1,0)$. (4p)
 - b) Ange en ekvation för tangentplanet till nivåytan $F(x, y, z) = \frac{\pi}{4}$ i punkten $(1, 0, 1)$. (4p)
 - c) I vilken riktning växer funktionsvärdena $F(x, y, z)$ snabbast i punkten $(1, 0, 1)$? (2p)

 2. Beräkna arean av ytan $Y : \mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = (u^2, 2v \sin(u), 2v \cos(u))$, $v \geq 0$, $u^2 + v^2 \leq 1$. (7p)

 3. Bestäm de högsta och de lägsta punkterna på skärningskurvan mellan cylindern $x^2 + y^2 = 1$ och funktionsytan $z = xy^2$. (7p)

 4. Kroppen $K = \{(x, y, z) : z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$ har densiteten $\rho(x, y, z) = \frac{1}{z^2(1+x^2+y^2+z^2)}$. Bestäm K 's totala massa. (7p)

 5. Låt $\mathbf{IF} = (e^{x^2+y^2} \cos(z), (x+y)e^{z^2}, e^{xyz})$ och $f(x, y) = \sqrt{e - e^{x^2+y^2}} \cosh(\cos(x+2y))$.
 - a) Beräkna flödet av $\text{rot}\mathbf{IF}$ uppåt genom funktionsytan $z = f(x, y)$, $(x, y) \in D_f$
 - a1) med Stokes' sats a2) med Gauss' sats (6p var). (12p)
 - b) Är \mathbf{IF} konservativt i \mathbb{R}^3 ? (2p)

 6. a) Formulera och bevisa Greens sats. (8p)
 - b) Definiera enkel kurva och enkelt sammanhängande mängd i \mathbb{R}^2 . (3p)
 - c) Visa att ett fält som är C^1 och har en vektorpotential i \mathbb{R}^3 är källfritt i \mathbb{R}^3 . (4p)

Betygsgränser: 24p – 35p ger betyget 3, 36p – 47p ger betyget 4, 48p eller mer ger betyget 5