

Tentamensskrivning i flervariabelanalys F1 (MVE035) och reell matematisk analys F, delB (TMA975), 2008-08-25, kl. 8.30-12.30 i V

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa

Telefon: Ragnar Freij, tel. 0762-721860

OBS: Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget.
Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat.

1. Låt $\mathbf{F}(x, y, z) = (\sinh(x + y) + z, \sinh(x + y) + y + \cosh(y - z), x - \cosh(y - z))$.
Beräkna divergensen och rotationen av \mathbf{F} . I vilken riktning ökar divergensen mest i punkten $(1, 1, 1)$? Är \mathbf{F} konservativt i \mathbb{R}^3 . (7p)

2. Låt $f(x, y) = 2|xy|\cos(x^2 + y^2)$.
 - a) Beräkna volymen av kroppen $K = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq z \leq f(x, y)\}$. (6p)
 - b) Är f differentierbar i origo? (4p)

3. Låt D vara den parallelogram i planet som begränsas av linjerna $2y + x = 4$, $2y + x = 2$, $2y - x = 2$ och $2y - x = 1$.
Beräkna den totala massan av kroppen $K = \{(x, y, z) : (x, y) \in D, xe^{-2xy} \leq z \leq 2ye^{-2xy}\}$ då dess densitet är $\rho(x, y, z) = ze^{x^2 + 4y^2}$. (7p)

4. Lös problemet $3yf'_x + 2xf'_y = 6yf$, $0 < x, 0 < y$. (7p)

5. Låt $\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{y(y^2 - x^2)}{(x^2 + y^2)^2}, \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \right)$ och $C : \begin{cases} x = 2\cos t - \cos 2t \\ y = 2\sin t \end{cases}, 0 \xrightarrow{t} \pi$.
 - a) Beräkna det arbete som \mathbf{F} uträttar då en partikel förflyttas längs C . (7p)
 - b) Beräkna det största värde som fältstyrkan $|\mathbf{F}(x, y)|$ antar på $D : 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq x$. (7p)

6.
 - a) Definiera positivt definit kvadratisk form i \mathbb{R}^2 . (2p)
 - b) Visa att om $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ är C^1 och konservativt i \mathbb{R}^3 och Φ en potential till \mathbf{F} i \mathbb{R}^3 så är $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \Phi(P_1) - \Phi(P_0)$ för alla C^1 -vägar C med samma startpunkt P_0 och samma ändpunkt P_1 . (5p)
 - c) Formulera och bevisa Gauss sats. (8p)