Matematik CTH&GU

Övningsskrivning i flervariabelanalys F1 (MVE035), 2009-02-14
kl. 8.30-10.30 i V

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa
Telefon: Bernhard Behrens, tel. 0768–681630
OBS: Tentan rättas anonymt. Skriv tentamenskoden på samtliga inlämnade papper.
Fyll i omslaget ordentligt.

==

1. Lös problemet $y^2 f'_x - x^2 f'_y = x^2 y^2 \cos\left(x^3 - y^3\right),\ f(x,x) = \cos\left(x^3\right),\ (x,y) \in \mathbb{R}^2$
[ledning: inför de nya variablerna $u = x^3 + y^3$, $v = x^3 - y^3$]. (5p)

2. Låt D vara den triangelyta i xy-planet som begränsas av linjerna
$x + 2y = 4,\ x - y = 1$ och $y = 2$.
Beräkna volymen av kroppen $K = \{(x,y,z) : (x,y) \in D,\ 1 \le z \le \cosh(x - 2y)\}$. (6p)

3. Låt $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{då } (x,y) \ne (0,0) \\ 0 & \text{då } (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

a) Visa att tangentplanet till ytan $z = f(x,y)$ i punkten $(a, b, f(a,b))$ går genom origo för varje $(0,0) \ne (a,b) \in \mathbb{R}^2$. (4p)

b) Visa att origo är en stationär punkt till f och bestäm dess karaktär. (4p)

c) Existerar de andragradsderivatorna $f''_{xx}, f''_{yy}, f''_{xy}, f''_{yx}$ i origo? (4p)

d) Existerar riktningsderivatan till f i origo i någon annan riktning än $(\pm 1, 0)$ och $(0, \pm 1)$? (4p)

e) Är f differentierbar i origo? (3p)

7p – 13p: 1 bonuspoäng
14p – 20p: 2 bonuspoäng
21p – 27p: 3 bonuspoäng
28p – 30p: 4 bonuspoäng

BB