Tentamen i flervariabelanalys F1/TM (MVE035) och reell matematisk analys F, delB (TMA975), 2009-03-12, kl. 14.00-18.00 i V

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa,
Telefon: Urban Larsson, tel. 0762 – 721860
OBS: Tentan rättas och bedöms anonymt. Skriv tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

==

1. Låt $z = \cosh(x+y) + \sinh(x^2 - y^2)$.

a) Bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan $z = f(x,y)$ i punkten $(1,-1,1)$. (4p)

b) Bestäm alla stationära punkter till f och deras karaktär. (6p)

2. Beräkna arean av ytan $Y : \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(u,v) = (2u+v, u-2v, uv),\ u^2+v^2 \le 15$. (5p)

3. Låt $\mathbb{F}(x,y,z) = 4(yz, xz, xy)$.

a) Visa att $\mathbb{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ är lokalt bijektiv i varje punkt (a,b,c) med $abc \neq 0$. (3p)

b) Visa, utan att beräkna (vektor)potential, att $\mathbb{F}$ är konservativt och källfritt i $\mathbb{R}^3$ (2p var). (4p)

c) Beräkna en potential till $\mathbb{F}$. (3p)

d) Visa att $\mathbb{A} = \left(x(z^2 - y^2), y(x^2 - z^2), z(y^2 - x^2)\right)$ är en vektorpotential till $\mathbb{F}$. (2p)

e) Beräkna flödet av $\mathbb{F}$ uppåt genom ytan $Y : z = \sin(\pi x)\sin(\pi y),\ (x,y) \in D : \begin{cases} 0 \le x \le 1 \\ 0 \le y \le 1 \end{cases}$

med Stokes sats resp. med Gauss sats (5p var). (10p)

4. Låt $\mathbb{F}(x,y) = \left(3x^2 - 2xy + y^2, -x^2 + 2xy - 3y^2\right)$ och $D : x^2 + y^2 \le 2$.

Vilka värden antar det arbete som $\mathbb{F}$ uträttar då en partikel förflyttas i planet från punkten $(2,2)$ till punkter $(x,y) \in D$? (8p)

5. Visa att om $f : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ är differentierbar i $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}^m$ så är f kontinuerlig i $\boldsymbol{a}$. (4p)

6. Visa att $\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$. (4p)

7. Formulera och bevisa Greens sats för ett standardområde. (7p)

Betygsgränser:
24p – 35p ger betyget 3, 36p – 47p ger betyget 4, 48p eller mer ger betyget 5 BB