

## REPETITIONSFRÅGOR flervariabelanalys F1

### Moment 1: mängder och funktioner, gränsvärde, differentialkalkyl (2.1-2.5, 2.7)

1. Vad är en öppen/sluten/begränsad/kompakt mängd? Vad är en inre punkt? En randpunkt?
2. Under vilka förutsättningar får man derivera under integraltecken? (5.1) (lv7)
3. Vad är en karakteristik (karaktéristisk koordinat) till en differentialekvation? (lv7)
4. Hur definieras partiella derivator för reellvärda funktioner? Rikttningsderivata? Differentierbarhet? Tangentplan? Klassen  $C^m$  ?
5. Kan du **visa** att  $C^1$ -funktioner är differentierbara? Att en differentierbar funktion är kontinuerlig? Kedjeregeln? Att för vissa (vilka?) funktioner  $f$  gäller  $f''_{xy} = f''_{yx}$  ?
6. Vad är gradienten av en funktion? Vad ger den? **Bevis**?

### Moment 2: max-min-problem, funktionalmatris, funktionaldeterminant (2.6, 3, 4)

1. Vad är en stationär punkt? Kan du **visa** att för deriverbara funktioner gäller: inre extrempunkter är stationära? Gäller omvändningen?
2. Vad är Taylorpoynomet (-utvecklingen) av en reellvärd funktion i flera variabler? Kan du **härleda** ”formeln”?
3. Vad är en (positivt definit resp. negativt definit resp. indefinit) kvadratisk form?
4. Hur kan man bestämma karaktären av stationära punkter? **Bevis**?
5. Vad är funktionalmatrisen och funktionaldeterminanten av ett fält? Vad är ett differentierbart fält? Kan du (formulera, **bevisa**) kedjeregeln även för fält? Vad ger funktionaldeterminanten? Vad är differentialen till ett  $C^1$ -fält (sid. 113, 132)?
6. Vad är en lokalt bijektiv funktion? Kan du (formulera, tillämpa) inversa och implicita funktionsatsen?
7. Hur hittar man största/minsta värde av en funktion, ev. under bivillkor? **Bevis**?

### Moment 3: multipelintegral, ytintegral (6, 7, 8)

1. Kan du definiera/beräkna dubbelintegral? Vad ger den?
2. Hur beräknas arean av ett område i planet som beskrivs med polära koordinater? (instuderingsuppgifter, anm. 1 sid. 10).
3. Hur görs variabelbyte i dubbelintegral?
4. Hur definieras/beräknas generaliserad dubbelintegral?
5. Kan du **beräkna**  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$  ?
7. Hur definieras/beräknas trippelintegral? Hur görs variabelbyte i trippelintegral? Vad är de rymdpolära koordinaterna (deras funktionaldeterminant)?
8. Hur definieras/beräknas generaliserad trippelintegral?
9. Vad är areaelementet, resp. arean, av en yta? Beräkning?
10. Vad är (normal)ytintegral? Flöde? Beräkning?

Till 10:  $F = \iint_Y \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dS$  är "flödet av  $\mathbf{F}$  genom  $Y$  i riktning  $\mathbf{n}$ ", speciellt:

$$F = \iint_D \mathbf{F} \cdot \mathbf{r}'_u \times \mathbf{r}'_v \, dudv, \text{ då } Y : \mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = (x(u, v), y(u, v)), (u, v) \in D,$$

$$F = \iint_D \mathbf{F} \cdot (-z'_x, -z'_y, 1) \, dxdy, \text{ då } Y : z = z(x, y), (x, y) \in D,$$

$$F = \iint_D \mathbf{F} \cdot (h'_x, h'_y, h'_z) \frac{1}{|h'_z|} \, dxdy, \text{ då } Y : h(x, y, z) = c, (x, y) \in D, h'_z \neq 0.$$

### Moment 4: kurvor, kurvintegral (9.1, 9.2)

1. Vad är en (orienterad) kurva (av klassen  $C^m$ )? Tangentvektorn?
2. Vad är en kurvintegral? Arbete? Kan du **motivera** dina svar?
3. Vad är en sluten kurva? En enkel kurva?

### Moment 5: vektoranalys (i planet och i rummet) (9, 10)

1. Vad är ett konservativt, ett källfritt, ett virvelfritt fält? En potential till ett fält? En vektorpotential till ett fält? En exakt differentialform?
2. Vilka viktiga egenskaper har ett konservativt kraftfält [under vissa förutsättningar (vilka?) är arbetet oberoende av vägen (=potentialskillnaden), kan du **visa** det]?
3. Vad är en bågvis sammanhängande mängd  $\subseteq \mathbb{R}^n$  ( $n \geq 2$ ), en enkelt sammanhängande mängd  $\subseteq \mathbb{R}^2$ ,  $\subseteq \mathbb{R}^3$ ?
4. Hur kan du enkelt visa att ett fält i  $\mathbb{R}^2$  är konservativt?
5. Kan du (formulera, **bevisa**) Greens sats?
6. Hur kan man beräkna arean av ett område i planet innanför en sluten kurva?
7. Vad är en orienterad yta med orienterad rand?
8. Hur definieras och vad ger  $\operatorname{div} \mathbf{F}$ ,  $\operatorname{rot} \mathbf{F}$ ?
9. Kan du (formulera, **bevisa**) satserna av Gauss och Stokes?
10. Kan du (räkna med) nabra-operatorn  $\nabla$ ?
11. Hur kan du enkelt visa att ett fält i  $\mathbb{R}^3$  är konservativt?
12. Kan du **visa** att under vissa förutsättningar (vilka?) gäller:  
 $\operatorname{div} \mathbf{F} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{F} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$  och  $\operatorname{rot} \mathbf{F} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{F} = \operatorname{grad} \Phi$ ?

