

Tentamen i Flervariabelanalys F/TM, MVE035

2014 01 14 kl. 8.30–12.30.

Hjälpmedel: Inga, ej räknedosa.

Telefon: Christoffer Standar tel 0703-088304

För godkänt krävs minst 24 poäng.

Betyg 3: 24-35 poäng, betyg 4: 36-47 poäng, betyg 5: 48 poäng eller mera. Bonuspoäng från 2013 ingår.

Lösningar kommer på kursens hemsida:

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve035/1213>

Skriv program och inskrivningsår på omslaget, skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

Examinator: Lennart Falk.

-
- Beräkna riktningsderivatan av funktionen $f(x, y, z, t) = xy - yzt$ i punkten $(1, 2, 1, 1)$ i riktning från denna punkt mot punkten $(2, 3, 2, 2)$. (2p)
 - Funktionen $f(x, y) = (x - y)^2 + x^3$ har en stationär punkt. Bestäm vilken punkt det är och avgör (utan att använda andraderivator!) vilken typ av stationär punkt det rör sig om. (2p)
 - Förklara varför ekvationen $xy + 2 = \ln(x + y)$ lokalt kring punkten $(2, -1)$ definierar y som en C^1 -funktion $y(x)$ och beräkna $y'(2)$. (3p)
 - Visa att avbildningen $(u, v) = (e^x + y, e^y - x)$ har en lokal C^1 -invers i varje punkt och beräkna derivatorna x'_u, x'_v, y'_u, y'_v i punkten $x = y = 0$. (3p)

- Lös den partiella differentialekvationen

$$3yz'_x + 2xz'_y = 0, \quad z(x, 0) = x^4$$

genom substitutionen $u = 2x^2 - 3y^2, v = xy$. (7p)

- Beräkna det arbete som uträttas då en partikel förflyttas längs kurvan $x = 2^y$ från $(1, 0)$ till $(2, 1)$ genom kraftfältet $(3x^2y + \cos x, x^3 + e^y)$. (3p)
 - Beräkna flödet av fältet $(0, x^2y, y^2z)$ uppåt (växande z -koordinat) genom halvsfären $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z > 0$. (5p)

- En kropp begränsas av olikheterna

$$3x^2 + 3y^2 \leq z^2 \leq 1 - x^2 - y^2, \quad z \geq 0$$

och har densiteten $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2$. Beräkna kroppens massa. (7p)

- Mellan vilka värden varierar z -koordinaten på skärningskurvan mellan ytorna $z = \arctan(x^3y^2)$ och $x^2 + 4y^2 = 10$? (7p)

- För vilka $\alpha \in \mathbb{R}$ konvergerar den generaliserade dubbelintegralen

$$\iint_D \frac{ye^{-y}}{(x+y)^\alpha} dx dy$$

där $D = \{(x, y) : 0 < y < x + y < 1\}$? (7p)

- Bevisa att varje reellvärd C^1 -funktion av två variabler är differentierbar. (5p)
 - Formulera Stokes sats. (2p)

- Formulera och bevisa Greens formel. (7p)