MVE035, VT-18: TEORI-PM

På tentan kan teorin examineras på olika sätt. I samband med problemlösning är det ofta naturligt att man får uttrycka förståaelse av teorin. I mera renodlade teoriuppgifter kan man uppmanas att redogöra för begrepp, satser och metoder. Man kan också efterfråga bevis av satser där sådana har getts i kurslitteraturen. Omfattningen av de rena teoriuppgifterna är runt 12-15 poäng, lite beroende på hur ”teoretiska” problemuppgifterna är.

I princip ingår all teori som står i de avsnitt som definierar kursinnehållet, så länge inget uttryckligen har undantagits. För att underlätta studierna kommer här en lista med ”basbevis”, ur vilka minst ett (och troligen minst två) kommer på tentan. Därutöver handlar det förstås inte bara om bevis utan i hög grad om definitioner av begrepp, tolkningar av begreppen och sambanden mellan dem. Många fundamentala satser har svåra bevis (exempelvis satsen om variabelbyte i dubbelintegraler om det ska göras invändningsfritt), men deras lydelse, uttolkning och användning är viktiga. Nedanstående lista är absolut ingen komplett översikt av satserna, i den listan är det speciellt bevis eller härledningar som poängteras.

Baskunskaper beträffande bevis och härledningar

Kapitel 2:

Sats 2.2.3: Varje C^1-funktion ($\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^1$) är differentierbar. (Det räcker med beviset i fallet $n = 2$).

Sats 2.3.4: Kedjeregeln för en sammansättning $f(g_1(t), \dots, g_n(t))$. I boken ges beviset endast för $n = 2$, men för full poäng vill jag att beviset formuleras för godtyckligt $n \in \mathbb{N}$, såsom på föreläsningen.

Sats 2.5.9: Det räcker att kunna bevisa satsen i fallet $n = k = 2$, dvs att bevisa att $f_{xy} = f_{yx}$ då $f(x, y) \in C^2(D)$, $D \subseteq \mathbb{R}^2$.

Sats 2.6.10: Taylors formel av ordning 2 med restterm av ordning 3. Det räcker att kunna formulera beviset för funktioner av två variabler, som i boken. Notera att beviset för ett godtyckligt antal variabler finns i de extra föreläsningsanteckningarna.

Kapitel 4:

Sats 4.3.1: Om max/min-problem med bivillkor (2 variabler, ett bivillkor). Beviset börjar före formuleringen av satsen med ”Antag nu...” och avslutas med ”Anmärkning” efter formuleringen.

Kapitel 6:

Sats 6.1.3: Kontinuerliga funktioner är integrerbara på kompakta rektanglar. Det räcker med den del av beviset som klarar av integrerbarheten. Från raden som börjar ”Det återstår ..” bevisas att den upprepade integrationen fungerar, vilket gäller så fort de ingående enkelintegralerna existerar. Denna del undantas här.

Exempel 6.6.21: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx = \sqrt{\pi}$.

Härledning av detta resultat med hjälp av generaliserad dubbelintegral.

Kapitel 7:

EXEMPEL 7.2.7: Bevis av den rekursiva formeln för volymen av det n-dimensionella enhetsklotet:

$$\mu(B_1) = 1, \quad \mu(B_2) = \pi, \quad \mu(B_n) = \frac{2\pi}{n}\,\mu(B_{n-2}) \ \ \forall\, n \geq 3.$$

Kapitel 9:

SATS 9.2.1: Greens formel. Du ska kunna bevisa satsen för ett reguljärt område (gjordes på föreläsning och samma som i boken).

SATS 9.4.2: Kurvintegralen av ett konservativt fält är en potentialdifferens.

SATS 9.4.3: Existens av en potential under angivna förutsättningar.

Kapitel 10:

SATS 10.2.1: Gauss Divergenssats. Du ska kunna bevisa satsen för ett 3-dimensionellt reguljärt område (gjordes på föreläsning och samma som i boken).

SATS 10.3.2: Stokes Sats. Du ska kunna bevisa satsen för en del av en funktionsyta (gjordes på föreläsning och samma som i boken).

SATS 10.5.3: Varje potentialfält som är C^1 är virvelfritt.

I beviset ingår Exempel 10.4.16 med en ordentlig uträkning av **rot**(**grad** U) (en sådan uträkning står inte i Ex. 16, men genomför den själv!).