Tentamen
MVE036 Flervariabelanalys TM

2019-03-16 kl. 08.30–09.30

Examinator: Peter Hegarty, Matematiska vetenskaper, Chalmers

Telefonvakt: Olof Zetterqvist, telefon: 5325 (alt. Peter Hegarty 070-5705475)

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel, ej heller räknedosa

Denna tenta är ett obligatoriskt moment i kursen MVE036. Man måste bli godkänt på denna tenta för att få ett slutbetyg på kursen. Slutbetyget är baserat på den del av kursen som är gemensam med MVE035.

För godkänt på denna tentan krävs minst 12 poäng.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida direkt efter tentan. Tentan rättas och bedöms anonymt. Resultatet meddelas i Ladok senast den 5 april. Första granskningstillfälle meddelas på kurswebbsidan och via Ping Pong, efter detta sker granskning enligt överenskommelse med kursansvarig.
Dessutom granskning alla vardagar utom onsdagar 11-13, MV:s studieexpedition.

Uppgifterna

1. Låt (u_1, u_2, u_3) vara ett ortonormerat högersystem (ONHS). Låt f vara ett C^1-skalärfält och $\mathbf{F}$ vara ett C^1-vektorfält i $\mathbb{R}^3$.

(a) Definiera kvantiterna h_1, h_2, h_3 och härleda dessa för sfäriska koordinater. (3p)

(b) Skriv ner formlerna för ∇f och $\nabla \cdot \mathbf{F}$ i ett godtyckligt ONHS. (Obs! Ingen motivering behövs). (2p)

(c) Från (b), härleda formeln för Δf, under förutsättningen att $f \in C^2$. (2.5p)

(d) Från (a)-(c), härleda formeln för $\Delta_{S^2} f$, där f är en sfäriskt symmetrisk C^2-funktion. (2.5p)

2. (a) Låt $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Förklara vad som menas med att f tillhör klassen $C_0^\infty(\mathbb{R})$. (2p)

(b) Definiera begreppet *distribution på* $\mathbb{R}$. (2p)

(c) Ange en avbildning från kontinuerliga funktioner på $\mathbb{R}$ till distributioner på $\mathbb{R}$ och bevisa att avbildningen är ett-till-ett. (6p)
(Obs! I ditt bevis får du anta att det finns minst en nollskild $\phi \in C_0^\infty(\mathbb{R})$).

3. (a) Skriv ner Maxwells ekvationer (Obs! Ingen motivering behövs). (3p)

(b) Härleda vågekvationen för det elektriska fältet i ett vakuum, under förutsättningen att fältet är C^2. Obs! Om i din härledning du använder någon differentialidentitet för C^2-vektorfält så måste du bevisa den också. (7p)

Go n'eirí an bóthar libh!