MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola
Tentamen

Hjälpmedel: Inga, inte ens miniräknare
Datum: 2017-08-25 kl. 08.30–12.30
Telefonvakt: Claes Andersson
Telefon: 5325

MVE041 Flervariabelmatematik Z1

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39, 5: 40-50.
Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng**. Motivera och förklara så väl du kan.

1. Låt $f(x, y, z) = e^z + (x + y)z - x^3 + y$.

(a) Beräkna tangentplanet till nivåytan $f(x, y, z) = 2$ i punkten $(1, 2, 0)$. (3 p)

(b) Beräkna riktningsderivatan av f i punkten $(1, 2, 0)$ i den riktning där f avtar som snabbast. (3 p)

2. Låt $f(x, y) = (y^2 - 2x)e^{x-2y}$.

(a) Beräkna alla kritiska punkter till f och avgör deras karaktär. (3 p)

(b) Bestäm största och minsta värdet av f på området (4 p)

$$D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2;\ 0 \le x \le \frac{y^2}{2},\ 0 \le y \le 3\right\}.$$

3. Bestäm värdemängden av funktionen $f(x, y, z) = x - 2y + 5z$ på ytan (6 p)

$$x^2 + 2y^2 + xz + yz + z^2 = 1.$$

4. Låt T vara triangeln med hörnen $(0, 0)$, $(1, 0)$ och $(0, 2)$. Beräkna arbetet som vektorfältet $\mathbb{F}(x, y) = (y^2, -x^2)$ utför längs ∂T, orienterat moturs, genom att

(a) parametrisera ∂T. (4 p)

(b) använda Greens sats. (3 p)

5. Låt S vara den del av sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ som ligger mellan planen $z = \sqrt{2}$ och $z = 2$. Bestäm massan av S då densiteten i varje punkt på ytan ges av $\rho(x, y, z) = z$. (6 p)

6. Låt T vara tetraedern med hörnen $(0, 0, 0)$, $(12, 0, 0)$, $(0, 6, 0)$ och $(0, 0, 3)$. Beräkna flödet ut ur ∂T av vektorfältet (6 p)

$$\mathbb{F}(x, y, z) = (y^2, yz, x^2).$$

Var god vänd!

7. Beräkna dubbelintegralen (6 p)

$$\iint_D y\sin(3y-2x)dxdy$$

där D är fyrhörningen med hörnen $(0,0)$, $(3,2)$, $(0,3)$ och $(-3,1)$.

8. Låt $\mathcal{C}$ vara randen till ytan $z = x^2 + y^2$, $0 \leq z \leq 4$, orienterat moturs sett ovanifrån. Beräkna linjeintegralen av vektorfältet (6 p)

$$\mathbb{F}(x,y,z) = \big((y^2+y)z, (2y-1)xz, xy^2\big)$$

längs $\mathcal{C}$.

Lycka till!

/Hossein