MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

Hjälpmedel: inga, inte ens räknedosa
Datum: 2017–05–05 kl. 08.30 – 09.30

Flervariabelsanalys, Salsdugga 2

NAMN: Hossein Raufi

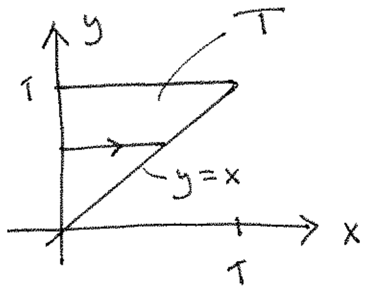
Personnummer: ....

Uppgift	Poäng
1	1
2	1
3	2
4	2
SUMMA:	6

Utmärkt!

1. Beräkna $\iint_T \sin(y^2)dA$ där T är triangeln med hörnen $(0,0)$, $(0,1)$ och $(1,1)$. (1 p)

Lösning:



$$\iint_T \sin(y^2)\,dA = \int_0^1 \left(\int_0^y \sin(y^2)\,dx \right) dy =$$

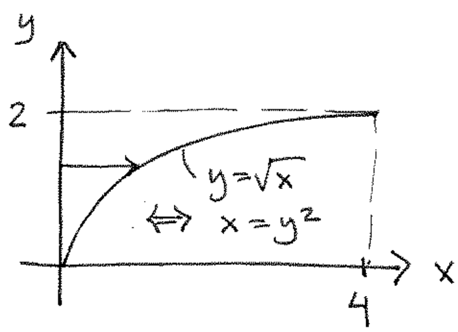
$$= \int_0^1 y\sin(y^2)\,dy = \left[-\frac{1}{2}\cos(y^2) \right]_0^1 =$$

$$= \frac{1-\cos(1)}{2}$$

1p

2. Beräkna (1 p)

$$\int_0^4 \left(\int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{1+y^3}dy \right) dx.$$



Lösning: $$\int_0^4 \left(\int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{1+y^3}\,dy \right) dx =$$

$$= \int_0^2 \left(\int_0^{y^2} \frac{1}{1+y^3}\,dx \right) dy =$$

$$= \int_0^2 \frac{y^2}{1+y^3}\,dy = \left[\frac{1}{3}\ln|1+y^3| \right]_0^2 =$$

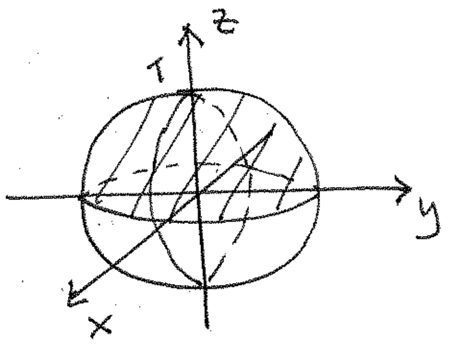
$$= \frac{1}{3}\ln(9) = \frac{2}{3}\ln(3)$$

1p

3. Beräkna $\iiint_K e^{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} dV$ där K är kroppen $x^2+y^2+z^2 \leq 1$ och $z \geq 0$. (2 p)

Lösning:

Sfäriska koord.:



$$\begin{cases} 0 \leq R \leq 1 \\ 0 \leq \phi \leq \pi/2 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$$

$$dV = R^2 \sin\phi \, dR \, d\phi \, d\theta$$

$$\iiint_K e^{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} dV =$$

$$= \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi/2} \left(\int_0^1 e^{(R^2)^{3/2}} R^2 \sin\phi \, dR \right) d\phi \right) d\theta =$$

$$= 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin\phi \, d\phi \int_0^1 R^2 e^{R^3} dR =$$

$$= 2\pi \left[-\cos\phi \right]_0^{\pi/2} \left[\frac{1}{3} R^3 \right]_0^1 = \frac{2\pi}{3}(e-1)$$

2p

4. Beräkna $\iiint_T x\, dV$ där T är tetraedern med hörnen $(0,0,0)$, $(1,1,0)$, $(1,0,0)$ och $(1,0,1)$. (2 p)

Lösning:

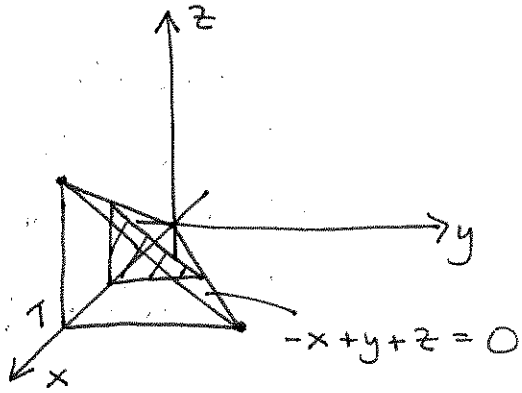
$$\iiint_T x\, dV = \int_0^1 \left(\int_0^x \left(\int_0^{x-y} x\, dz \right) dy \right) dx =$$

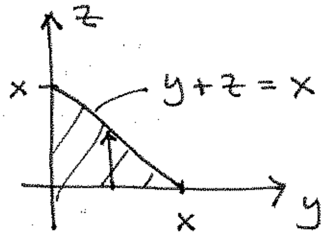
$$= \int_0^1 x \left(\int_0^x x - y\, dy \right) dx =$$

$$= \int_0^1 x \left[xy - \frac{y^2}{2} \right]_0^x dx =$$

$$= \int_0^1 x \left(x^2 - \frac{x^2}{2} \right) dx =$$

$$= \int_0^1 \frac{x^3}{2}\, dx = \left[\frac{x^4}{8} \right]_0^1 = \frac{1}{8}$$





2p